COMPTE RENDU

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 27 FÉVRIER 1843.

PRÉSIDENCE DE M. DUMAS.

COMPTE RENDU

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 27 FÉVRIER 1843.

PRÉSIDENCE DE M. DUMAS.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

CALCUL INTÉGRAL. — *Recherches sur les intégrales des équations linéaires aux dérivées partielles; par* M. AUGUSTIN CAUCHY.

« Les intégrales des équations linéaires aux dérivées partielles jouissent de diverses propriétés dignes de remarque et spécialement utiles pour la solution des problèmes de physique mathématique. Telles sont, en particulier, celles que j'établis dans ce Mémoire, et dont je vais donner une idée en peu de mots.

ANALYSE.

§ Ier. *Sur quelques propriétés générales des intégrales qui vérifient les équations linéaires aux dérivées partielles et à coefficients constants.*

» Comme je l'ai remarqué dans le Mémoire sur l'application du calcul des résidus aux questions de physique mathématique, si l'on désigne par u, v deux fonctions données de la variable x, et par m un nombre entier quelconque, on aura

$$(1) \qquad vD_x^m u - u(-D_x)^m v = D_x \mathcal{X},$$

$\mathcal{X}$ désignant une fonction entière de

$$u,\ D_x u,\ \ldots,\ D_x^{m-1} u,\ v,\ D_x v,\ \ldots,\ D_x^{m-1} v,$$

déterminée par la formule

$$(2)\qquad \mathcal{X} = v D^{m-1} u - D_x v D_x^{m-2} u + \ldots \mp u D_x^{m-2} v \pm u D_x^{m-1} v.$$

En conséquence, si l'on nomme $F(x)$ une fonction entière de x, on aura généralement

$$(3)\qquad v F(D_x) u - u F(-D_x) v = D_x \mathcal{X},$$

$\mathcal{X}$ désignant encore une fonction entière des quantités u, v, et de plusieurs de leurs dérivées relatives à x. Il y a plus; si l'on désigne par u, v, deux fonctions quelconques des deux variables x, y, et par m, n, deux nombres entiers quelconques, alors, en remplaçant dans la formule (1), 1° u par $D_y^n u$; 2° m par n, x par y, et v par $(-D_x)^m v$, on tirera successivement de cette formule

$$v D_x^m D_y^n u - D_y^n u (-D_x)^m v = D_x \mathcal{X},$$
$$D_y^n u (-D_x)^m v - u (-D_x)^m (-D_y)^n v = D_y \mathcal{Y},$$

et par suite

$$(4)\qquad v D_x^m D_y^n u - u (-D_x)^m (-D_y)^n v = D_x \mathcal{X} + D_y \mathcal{Y},$$

$\mathcal{X}$, $\mathcal{Y}$ désignant deux fonctions entières des quantités u et v et de plusieurs de leurs dérivées relatives à x et à y; puis on en conclura généralement, quelle que soit la fonction entière de x et de y, représentée par $F(x, y)$,

$$(5)\qquad v F(D_x, D_y) u - u F(-D_x, -D_y) v = D_x \mathcal{X} + D_y \mathcal{Y},$$

$\mathcal{X}$, $\mathcal{Y}$ désignant encore deux fonctions entières des quantités u, v et de leurs dérivées relatives à x et à y. Enfin, si l'on représente par u, v, deux fonctions quelconques des variables $x, y, z, \ldots$, et par $F(x, y, z, \ldots)$ une fonction entière quelconque de ces mêmes variables, on trouvera généralement

$$(6)\qquad \begin{cases} v F(D_x, D_y, D_z, \ldots) u - u F(-D_x, -D_y, -D_z, \ldots) v \\ = D_x \mathcal{X} + D_y \mathcal{Y} + D_z \mathcal{Z} + \text{etc.}\ldots, \end{cases}$$

$\mathfrak{X}$, $\mathfrak{Y}$, $\mathfrak{Z}$,... désignant encore des fonctions entières des variables u, v, w,... et de leurs dérivées relatives à x, y, z,... Ajoutons que, si l'on nomme m le degré de la fonction entière de x, y, z,... représentée par $F(x, y, z, \ldots)$, les fonctions

$$\mathfrak{X},\ \mathfrak{Y},\ \mathfrak{Z},\ldots$$

seront composées de termes dans chacun desquels les ordres des dérivées de u et de v relatives à x, y, z,... se trouveront représentés par des nombres dont la somme sera égale ou inférieure à $m - 1$.

» On déduit aisément de l'équation (6) (*), diverses propriétés remarquables des intégrales des équations linéaires, par exemple celles que fournissent les théorèmes suivants.

» 1er *Théorème.* Nommons $F(x, y, z, \ldots)$ une fonction entière des variables x, y, z,.... Supposons d'ailleurs qu'une fonction u de ces variables ait la double propriété de vérifier généralement l'équation aux dérivées partielles

$$(7) \qquad F(D_x,\ D_y,\ D_z, \ldots)\, u = 0,$$

et de s'évanouir, 1° quels que soient y, z,... pour chacune des valeurs de x représentées par x_0, X; 2° quels que soient x, z,... pour chacune des valeurs de y représentées par y_0, Y; 3° quels que soient x, y,.., pour chacune des valeurs particulières de z représentées par z_0, Z, ... Enfin, nommons v un fonction quelconque des variables x, y, z,.... On aura généralement

$$(8) \quad \int_{x_0}^{X} \int_{y_0}^{Y} \int_{z_0}^{Z} \ldots u F(-D_x,\ -D_y,\ -D_z, \ldots)\, v \ldots dz\, dy\, dx = 0.$$

» *Corollaire.* A la rigueur, pour que l'équation (8) se déduise de la formule (7), il suffira que des fonctions représentées par $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{Y}$, $\mathfrak{Z}$,..., dans la formule (6), la première $\mathfrak{X}$ reprenne la même valeur pour $x = x_0$, et pour $x = X$; que la seconde $\mathfrak{Y}$ reprenne la même valeur pour $y = y_0$, et pour

(*) J'aurais voulu pouvoir comparer les résultats auxquels je parviens ici avec ceux que M. Ostrogradsky avait obtenus dans un Mémoire où il avait établi quelques propositions générales relatives à l'intégration des équations linéaires aux dérivées partielles. Mais, n'ayant qu'un souvenir vague de ce Mémoire, et ne sachant pas s'il a été publié quelque part, je me trouve dans l'impossibilité de faire cette comparaison.

$y = Y$; que la troisième $\mathfrak{z}$ reprenne la même valeur pour $z = z_0$ et pour $z = Z$, etc.

» 2ᵉ *Théorème.* Supposons que $F(x, y, z, ...)$ représente une fonction entière et du degré m des variables $x, y, z, ...$ Soient de plus u, v deux fonctions de $x, y, z, ...$, propres à vérifier les équations aux dérivées partielles

$$F(D_x, D_y, D_z, ...)u = a, \tag{9}$$

$$F(-D_x, -D_y, -D_z, ...)v = b, \tag{10}$$

a, b étant deux quantités constantes. Si les fonctions désignées par $\mathfrak{x}, \mathfrak{y}, \mathfrak{z}, ...$ dans la formule (6) reprennent les mêmes valeurs, la première pour $x = x_0$ et pour $x = X$; la seconde pour $y = y_0$ et pour $y = Y$; la troisième pour $z = z_0$ et pour $z = Z$;..., on aura, en vertu des équations (9), (10), jointes à la formule (6),

$$(a - b) \int_{x_0}^{X} \int_{y_0}^{Y} \int_{z_0}^{Z} ... uv ... dz\, dy\, dx = 0. \tag{11}$$

Par suite, on trouvera

$$\int_{x_0}^{X} \int_{y_0}^{Y} \int_{z_0}^{Z} ... uv ... dz\, dy\, dx = 0, \tag{12}$$

excepté dans le cas où l'on aurait

$$b = a. \tag{13}$$

» 1ᵉʳ *Corollaire.* Les conditions relatives aux fonctions $\mathfrak{x}, \mathfrak{y}, \mathfrak{z}, ...$ seront évidemment remplies, si ces fonctions s'évanouissent chacune pour les deux limites de l'intégration qui se rapporte à la variable correspondante x, ou y, ou z,... C'est ce qui arrivera en particulier si, d'une part, la fonction u et ses dérivées d'un ordre non supérieur à m', d'autre part, la fonction v et ses dérivées d'un ordre non supérieur à m'' s'évanouissent, 1° pour chacune des valeurs de x représentées par x_0, X; 2° pour chacune des valeurs de y représentées par y_0, Y; 3° pour chacune des valeurs de z représentées par z_0, Z; etc., m', m'' étant d'ailleurs deux nombres entiers, assujettis seulement à vérifier la condition

$$m' + m'' = m - 1.$$

» 2ᵉ *Corollaire.* Si $F(x, y, z,...)$ représente une fonction paire des variables $x, y, z,...$ c'est-à-dire, si l'on a généralement

$$F(-x, -y, -z,...) = F(x, y, z,...),$$

l'équation (10) sera de la même forme que l'équation (9), et se réduira simplement à

$$F(D_x, D_y, D_z,...)v = b. \tag{14}$$

» 3ᵉ *Corollaire.* Si les variables $x, y, z,...$ se réduisent à la seule variable x, les formules (9), (10) deviendront

$$F(D_x)u = a, \tag{15}$$

$$F(-D_x)v = b, \tag{16}$$

et l'équation (12) sera réduite à

$$\int_{x_0}^{X} uv\,dx = 0. \tag{17}$$

On se trouvera ainsi ramené à la formule (124) du Mémoire sur l'application du calcul des résidus aux questions de physique mathématique.

» 4ᵉ *Corollaire.* Si l'on suppose en particulier

$$F(x) = x^2,$$

$$a = h^2, \quad b = k^2,$$

h, k désignant deux nombres entiers quelconques, on pourra prendre

$$u = \cos hx, \quad v = \cos kx,$$

$$x_0 = 0, \qquad X = 2\pi,$$

et la formule (17) reproduira l'équation connue

$$\int_0^{2\pi} \cos hx.\cos kx\,dx = 0, \tag{18}$$

qui subsistera pour toutes les valeurs entières de h et de k, excepté dans le cas

où l'on aurait

$$h = k.$$

L'équation (18) fournit, comme l'on sait, les moyens de développer une fonction donnée de x en une série dont les divers termes sont proportionnels aux cosinus des multiples d'un même arc. On pourra se servir de la même manière des formules (17) et (12) pour développer une fonction donnée de x ou de $x, y, z, \ldots$ en une série de termes respectivement proportionnels à diverses valeurs de u qui, étant propres à vérifier l'équation (15) ou (9), correspondraient à diverses valeurs de a représentées par les diverses racines d'une même équation transcendante.

§ II. *Sur quelques propriétés remarquables des équations homogènes et de leurs intégrales.*

« Supposons que, $F(x, y, z, \ldots)$ désignant une fonction entière et homogène des variables $x, y, z, \ldots$, on pose, pour abréger,

$$\nabla = F(D_x, D_y, D_z, \ldots);$$

l'équation linéaire aux dérivées partielles

$$(1) \qquad \nabla \varpi = 0$$

sera ce que nous appelons une *équation homogène*. Supposons encore que, dans l'intégrale ϖ de cette équation, l'on remplace les variables indépendantes $x, y, z, \ldots$ par d'autres $p, q, r, \ldots$ liées aux premières de telle sorte que, si r vient à varier, $x, y, z \ldots$, considérés comme fonctions de $p, q, r, \ldots$, varient proportionnellement à r. Les équations qui subsisteront entre $x, y, z, \ldots$, $p, q, r, \ldots$ seront de la forme

$$(2) \qquad x = \alpha r, \quad y = \beta r, \quad z = \gamma r, \ldots,$$

$\alpha, \beta, \gamma, \ldots$ désignant des fonctions qui renfermeront les nouvelles variables $p, q, \ldots$ distinctes de r; et, lorsqu'on aura effectué le changement de variables indépendantes, ∇ deviendra une fonction de $p, q, r, \ldots, D_p, D_q, D_r, \ldots$ qui sera entière par rapport à $D_p, D_q, D_r, \ldots$. D'autre part, si k désigne une quantité constante, on pourra, dans les équations (2), remplacer simultanément

$$x, y, z, \ldots \quad \text{par} \quad kx, ky, kz, \ldots,$$

et

$$r \quad \text{par} \quad kr,$$

sans changer la forme de ces équations, et par conséquent sans changer la forme de l'équation par laquelle ∇ sera exprimé en fonction de $p, q, r, \ldots$, $D_p, D_q, D_r, \ldots$ D'ailleurs, si l'on nomme m le degré de la fonction homogène $F(x, y, z, \ldots)$, la substitution de $kx, ky, kz, \ldots$ à $x, y, z, \ldots$ transformera $D_x, D_y, D_z, \ldots$ en

$$\frac{1}{k} D_x, \quad \frac{1}{k} D_y, \quad \frac{1}{k} D_z, \ldots,$$

et par suite, l'expression

$$\nabla = F(D_x, D_y, D_z, \ldots)$$

en $\frac{\nabla}{k^m}$. Donc aussi, pour transformer ∇, considéré comme fonction de $p, q, r, \ldots, D_p, D_q, D_r, \ldots$, en $\frac{\nabla}{k^m}$, il suffira d'y remplacer r par kr, et en conséquence D_r par $\frac{1}{k} D_r$. Donc ∇, considéré comme fonction de D_r et de $\frac{1}{r}$, sera une fonction homogène du degré m, et l'on aura

$$(3) \qquad \nabla = \nabla_0 D_r^m + \frac{1}{r} \nabla_1 D_r^{m-1} + \ldots + \frac{1}{r^{m-1}} \nabla_{m-1} D_r + \frac{1}{r^m} \nabla_m,$$

$\nabla_0, \nabla_1, \ldots, \nabla_{m-1}, \nabla_m$ désignant des fonctions de $p, q, \ldots, D_p, D_q, \ldots$, qui ne renfermeront plus ni r, ni D_r. Cela posé, il est facile de voir qu'on pourra vérifier l'équation (1) en prenant pour ϖ une fonction homogène de $x, y, z, \ldots$, et même une fonction homogène d'un degré quelconque n. En effet, une semblable fonction sera transformée, par le changement de variables indépendantes, en un produit de la forme

$$u_n r^n,$$

u_n étant seulement fonction des nouvelles variables $p, q, \ldots$ distinctes de r; et, si l'on prend

$$(4) \qquad \varpi = u_n r^n,$$

l'équation (1), transformée à l'aide de la formule (3), deviendra

$$r^{n-m} \square_n u_n = 0,$$

la valeur de $\square_n$ étant

$$\square_n = \nabla_m + n\nabla_{m-1} + n(n-1)\nabla_{m-2} + \ldots + n(n-1)\ldots(n-m+1)\nabla_0.$$

Donc, dans l'hypothèse admise, l'équation (1) pourra être réduite à

$$(5) \qquad \square_n u_n = 0;$$

et, pour la vérifier, il suffira de substituer dans la formule (4) une valeur de u_n qui représente une intégrale de l'équation (5). Or cette équation (5), ne renfermant plus que les nouvelles variables p, q,... distinctes de r, avec les lettres caractéristiques correspondantes D_p, D_q,..., pourra être vérifiée par des valeurs convenables de u_n. On peut donc énoncer la proposition suivante.

» 1er *Théorème.* Étant donnée une équation aux dérivées partielles, linéaire, à coefficients constants et homogène, entre une inconnue u, et diverses variables indépendantes x, y, z,..., on pourra satisfaire à cette équation en prenant pour intégrale une fonction homogène de x, y, z,... et même une fonction homogène d'un degré quelconque n. De plus, la recherche d'une telle intégrale pourra être réduite à l'intégration d'une équation linéaire, mais à coefficients variables, qui renfermera une variable indépendante de moins, et changera de forme avec le nombre n.

» Ce n'est pas tout : puisque l'on vérifiera l'équation (1) en prenant pour ϖ le produit

$$u_n r^n,$$

on la vérifiera encore en prenant pour ϖ une somme de semblables produits, c'est-à-dire, en posant

$$(6) \qquad \varpi = \Sigma u_n r^n,$$

u_n représentant toujours une intégrale de l'équation (5), et la somme indiquée par le signe Σ s'étendant ou à un nombre fini, ou même à un nombre infini de valeurs rationnelles ou irrationnelles, entières ou fractionnaires, positives ou négatives, de l'exposant n de r^n. Enfin la valeur de ϖ, déterminée par la formule (6), continuera évidemment de vérifier l'équation (1), si l'on multiplie sous le signe Σ chaque terme $u_n r^n$ par un coefficient constant a_n. On obtiendra ainsi pour l'intégrale de l'équation (1)

une expression de la forme

$$(7) \qquad \varpi = \Sigma \mathrm{a}_n u_n r^n.$$

La valeur du coefficient a_n dans chaque terme pourra d'ailleurs être choisie arbitrairement, lorsque le nombre des termes restera fini. Lorsque ce nombre deviendra infini, la seule condition à laquelle a_n devra satisfaire sera que le système de tous les termes offre une série convergente.

» Au lieu de faire servir l'intégration de la formule (5) à celle de l'équation (1), on pourrait réciproquement faire servir l'intégration de cette équation à l'intégration de la formule (5). En effet, supposons d'abord que l'on connaisse une intégrale homogène ϖ de l'équation (1). On pourra toujours, par le changement de variables indépendantes opéré à l'aide des formules (2), réduire cette intégrale homogène à la forme $u_n r^n$; et alors, comme on l'a dit, u_n sera une intégrale de l'équation (5). Mais il y a plus: étant donnée une intégrale quelconque ϖ de l'équation (1), après avoir exprimé cette intégrale en fonction des nouvelles variables p, q, r,..., on pourra, dans un grand nombre de cas, la développer en une série convergente ordonnée suivant les puissances ascendantes ou suivant les puissances descendantes de r, et poser en conséquence

$$\varpi = \Sigma u_n r^n,$$

u_n étant une fonction des nouvelles variables p, q,... distinctes de r. Or, en substituant la valeur précédente de ϖ dans la formule (1), on en conclura

$$(8) \qquad \Sigma \nabla (u_n r^n) = 0;$$

et comme on aura identiquement

$$\nabla (u_n r^n) = r^{n-m} \Box_n u_n,$$

la formule (8) donnera

$$(9) \qquad \Sigma r^{n-m} \Box_n u_n = 0.$$

Cette dernière formule, devant être vérifiée quel que soit r, entraînera nécessairement l'équation (5) ou

$$\Box_n u_n = 0.$$

On peut remarquer d'ailleurs que développer l'intégrale ϖ, considérée comme

fonction de p, q, r,... en une série ordonnée suivant les puissances ascendantes de r, c'est aussi développer la même intégrale, considérée comme fonction de x, y, z,... en une série de termes représentés par des fonctions homogènes de x, y, z,... On peut donc énoncer encore la proposition suivante.

» 2e *Théorème.* Pour intégrer l'équation (5), il suffit d'obtenir une intégrale de l'équation (1), représentée par une fonction homogène de x, y, z,... ou de développer une intégrale quelconque de l'équation (1) en une série de termes représentés par de semblables fonctions.

» 1er *Corollaire.* On peut toujours intégrer l'équation (1) et même obtenir son intégrale générale à l'aide des formules que j'ai données dans le XIXe cahier du *Journal de l'Ecole Polytechnique,* et dans le Mémoire sur l'application du calcul des résidus aux questions de physique mathématique. Donc, par suite, on pourra toujours intégrer l'équation (5). Ainsi le 2e théorème conduit à l'intégration d'une infinité d'équations linéaires aux dérivées partielles et à coefficients variables. Je développerai cette conclusion importante dans un prochain Mémoire, et pour l'instant je me bornerai à deux exemples :

» 1er *Exemple.* Si l'on pose

$$\nabla = D_x^2 + D_y^2,$$

alors, l'équation (1), réduite à

$$(10) \qquad (D_x^2 + D_y^2)\varpi = 0,$$

aura pour intégrale générale la somme de deux fonctions arbitraires dépendantes, l'une du binôme $x + y\sqrt{-1}$, l'autre du binôme $x - y\sqrt{-1}$. On pourra donc prendre pour ϖ la fonction homogène

$$(11) \qquad \varpi = (x \pm y\sqrt{-1})^n,$$

l'exposant n étant une constante quelconque réelle ou même imaginaire. Si d'ailleurs on établit entre x et y les relations

$$(12) \qquad x = ar\cos p, \quad y = br\sin p,$$

a, b désignant deux quantités constantes; on trouvera

$$(13)\quad \begin{cases} \square_n u = \mathrm{D}_p\left[\left(\frac{\sin^2 p}{a^2} + \frac{\cos^2 p}{b^2}\right)\mathrm{D}_p u\right] + n^2\left(\frac{\cos^2 p}{a^2} + \frac{\sin^2 p}{b^2}\right)u \\ \qquad\qquad + n\left(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2}\right)(\sin 2p\,\mathrm{D}_p u + u\cos 2p). \end{cases}$$

Enfin, on tirera des formules (11) et (12)

$$(14)\qquad \varpi = (a\cos p \pm b\sin p\sqrt{-1})^n r^n.$$

Donc, si l'on suppose la caractéristique $\square_n$ définie par la formule (13), on vérifiera l'équation différentielle du second ordre

$$(15)\qquad \square_n u = 0,$$

en prenant

$$u = (a\cos p \pm b\sin p\sqrt{-1})^n,$$

et par suite, l'intégrale générale de l'équation (15) sera

$$(16)\qquad u = \mathrm{A}\,(a\cos p + b\sin p\sqrt{-1})^n + \mathrm{B}\,(a\cos p - b\sin p\sqrt{-1})^n,$$

A, B désignant deux constantes arbitraires.

» Si l'on supposait $a = 1$, $b = 1$, l'équation (15), réduite à

$$\mathrm{D}_p^2 u + n^2 u = 0,$$

aurait pour intégrale générale, en vertu de la formule (16), la valeur de u déterminée par l'équation

$$u = \mathrm{A}e^{np\sqrt{-1}} + \mathrm{B}e^{-np\sqrt{-1}};$$

ce qui est effectivement exact.

» 2ᵉ *Exemple.* Si l'on a

$$\nabla = \mathrm{D}_x^2 + \mathrm{D}_y^2 + \mathrm{D}_z^2,$$

on pourra satisfaire à l'équation (1) en prenant

$$\varpi = [(x-f)^2 + (y-g)^2 + (z-h)^2]^{-\frac{1}{2}},$$

f, g, h désignant des quantités constantes; et alors, en supposant

$$x = ar\cos p, \quad y = br\sin p\cos q, \quad z = cr\sin p\sin q,$$

on obtiendra pour intégrales de l'équation (5), à l'aide du 2ᵉ théorème, des expressions finies analogues aux fonctions de p, q que l'on rencontre dans la théorie de l'attraction des sphéroïdes; puis, en posant $a = 1$, $b = 1$, $c = 1$, on se trouvera immédiatement ramené aux propriétés déjà connues de ces mêmes fonctions.

» Si, à la place de l'équation (1) supposée homogène, on considérait un système d'équations semblables, c'est-à-dire un système d'équations linéaires, homogènes et à coefficients constants, alors, à la place des 1ᵉʳ et 2ᵉ théorèmes, on obtiendrait des théorèmes analogues qui fourniraient les moyens d'intégrer une infinité de systèmes d'équations linéaires aux dérivées partielles et à coefficients variables.

§ III. — *Sur une transformation remarquable de l'équation aux dérivées partielles qui représente l'équilibre des températures dans un corps de forme quelconque.*

» L'équation aux dérivées partielles qui représente l'équilibre des températures dans un corps quelconque est, comme l'on sait, de la forme

$$(1) \qquad (D_x^2 + D_y^2 + D_z^2)\varpi = 0.$$

x, y, z désignant trois coordonnées rectangulaires. On peut la réduire à

$$(2) \qquad \nabla\varpi = 0,$$

en posant pour abréger

$$(3) \qquad \nabla = D_x^2 + D_y^2 + D_z^2.$$

» Si maintenant on nomme p, q, r trois coordonnées polaires, ou même plus généralement trois coordonnées curvilignes liées à x, y, z par trois équations de forme déterminée, on trouvera, quelle que soit la fonction ϖ,

$$(4) \qquad \left\{ \begin{aligned} \nabla\varpi = {} & L D_p^2\varpi + M D_q^2\varpi + N D_r^2\varpi \\ & + 2P D_q D_r\varpi + 2Q D_r D_p\varpi + 2R D_p D_q\varpi \\ & + \mathcal{L} D_p\varpi + \mathcal{M} D_q\varpi + \mathcal{N} D_r\varpi, \end{aligned} \right.$$

les valeurs de L, M, N, P, Q, R, $\mathfrak{L}$, $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{N}$ étant

(5) $$L = (D_x p)^2 + (D_y p)^2 + D_z p)^2, \qquad M = \text{etc.}, \quad N = \text{etc.},$$

(6) $$P = D_x q\, D_x r + D_y q\, D_y r + D_z q\, D_z r, \quad Q = \text{etc.}, \quad R = \text{etc.},$$

(7) $$\mathfrak{L} = D_x^2 p + D_y^2 p + D_z^2 p, \qquad \mathfrak{M} = \text{etc.}, \quad \mathfrak{N} = \text{etc.}\ldots$$

» Si, pour le nouveau système de coordonnées p, q, r, les surfaces coordonnées deviennent orthogonales, on aura

(8) $$P = 0, \quad Q = 0, \quad R = 0,$$

et par suite la valeur de $\nabla\varpi$ sera réduite à

(9) $$\left\{ \begin{aligned} \nabla\varpi &= L D_p^2\varpi + M D_q^2\varpi + N D_r^2\varpi \\ &= \mathfrak{L} D_p\varpi + \mathfrak{M} D_q\varpi + \mathfrak{N} D_r\varpi. \end{aligned} \right.$$

Or, dans cette hypothèse, en posant, pour abréger,

$$S[\pm D_x p\, D_y q\, D_z r] = \frac{1}{\omega},$$

ou, ce qui revient au même,

$$\omega = S[\pm D_p x\, D_q y\, D_r z],$$

on déduira aisément de l'équation identique

$$D_x(D_y q\, D_z r - D_y r D_z q) + D_y(D_z q\, D_x r - D_z r D_x q) + D_z(D_x q D_y r - D_x r D_y q) = 0,$$

la formule

(10) $$\left\{ \begin{aligned} \omega\mathfrak{L} &= D_p(\omega L). \quad \text{On aura de même} \\ \omega\mathfrak{M} &= D_q(\omega M), \\ \omega\mathfrak{N} &= D_r(\omega N); \end{aligned} \right.$$

et par suite l'équation (9) donnera

(11) $$\omega\nabla\varpi = D_p(\omega L\, D_p\varpi) + D_q(\omega M\, D_q\varpi) + D_r(\omega N\, D_r\varpi).$$

Par suite aussi, en nommant u, v deux valeurs particulières de ϖ, propres à

vérifier l'équation (1) ou (2), on trouvera

$$(12)\qquad \omega(v\nabla u - u\nabla v) =$$
$$D_p[\omega L(vD_p u - uD_p v)] + D_q[\omega M(vD_q u - uD_q v)] + D_r[\omega N(vD_r u - uD_r v)].$$

Les équations (11) et (12), dont la dernière est analogue à la formule (6) du § Ier, paraissent dignes de remarque. On les déduit de l'équation (1), en supposant que les surfaces coordonnées soient orthogonales entre elles ; et ainsi se manifeste une propriété des surfaces orthogonales qui, comme je l'expliquerai plus tard, me paraît très-propre à rendre raison des avantages que présentent ces surfaces dans les solutions élégantes, données par M. Lamé, de diverses questions de physique mathématique.

§ IV. *Sur une certaine classe d'équations linéaires aux dérivées partielles.*

» Considérons une équation linéaire aux dérivées partielles de la forme

$$(1)\qquad F(\nabla)\varpi = 0,$$

ϖ étant supposé fonction de deux variables indépendantes x, y; $F(\nabla)$ désignant une fonction entière de ∇ ; et la valeur de ∇ étant

$$(2)\qquad \nabla = aD_x^2 + bD_y^2 + 2cD_xD_y.$$

Un changement de variables indépendantes suffira pour ramener l'équation (1) à une équation de même forme, dans laquelle on aurait

$$(3)\qquad \nabla = D_x^2 + D_y^2.$$

C'est ce que l'on reconnaîtra sans peine, en faisant usage des formules que j'ai données à la page 104 du premier volume des *Exercices d'Analyse et de Physique mathématique*.

» Pareillement, si, ϖ étant fonction de trois variables indépendantes x, y, z, on suppose dans l'équation (1)

$$(4)\qquad \nabla = aD_x^2 + bD_y^2 + cD_z^2 + 2dD_yD_z + 2eD_zD_x + 2fD_xD_y,$$

il suffira d'un simple changement de variables indépendantes pour ramener l'équation (1) à une équation de même forme dans laquelle on aurait

$$(5)\qquad \nabla = D_x^2 + D_y^2 + D_z^2.$$

» On pourrait étendre ces remarques au cas où la fonction ϖ renfermerait des variables indépendantes $x, y, z, \ldots$ en nombre quelconque, et où ∇ serait une fonction homogène du second degré de D_x, D_y, $D_z, \ldots$ Dans ce cas encore, on pourrait ramener l'équation (1) à une équation de même forme, dans laquelle on aurait

$$(6) \qquad \nabla = D_x^2 + D_y^2 + D_z^2 + \ldots$$

» D'autre part, si la valeur de ∇ est donnée par la formule (6), il suffira, pour vérifier l'équation (1), de poser

$$(7) \qquad \varpi = f(r),$$

la valeur de r^2 étant de la forme

$$(8) \qquad r^2 = x^2 + y^2 + z^2 + \ldots,$$

ou même de la forme

$$(9) \qquad r^2 = (x-f)^2 + (y-g)^2 + (z-h)^2 + \ldots,$$

et $f, g, h, \ldots$ désignant des quantités constantes. Effectivement, en partant de cette valeur de r^2, et nommant n le nombre des variables $x, y, z, \ldots$, on trouvera

$$(10) \qquad \nabla r = \frac{1}{r}\left\{ n\,f'(r) + r^2\, D_r\left[\frac{1}{r} f'(r)\right]\right\},$$

et par suite l'équation (1) pourra être réduite à une équation différentielle qui ne renfermera plus que la variable r, la fonction $f(r)$ et les dérivées de cette fonction. Lorsqu'on aura intégré cette équation différentielle, la formule (7) fournira une intégrale de l'équation (1).

» Supposons, pour fixer les idées, que l'on ait simplement

$$F(\nabla) = \nabla,$$

alors l'équation (1) deviendra

$$(11) \qquad \nabla\varpi = 0;$$

et, pour la vérifier, il suffira de prendre

$$\varpi = f(r),$$

la fonction $f(r)$ étant déterminée par la formule

$$(12) \qquad n\,f'(r) - r^2 D_r\left[\frac{1}{r} f'(r)\right] = 0.$$

Or on tire de cette dernière

$$f'(r) = \frac{A}{r^{n-1}},$$

et par suite

$$(13) \qquad f(r) = \frac{B}{r^{n-2}} + C,$$

A, B, C désignant des constantes arbitraires dont les deux premières sont liées entre elles par l'équation

$$B = -\frac{A}{n-2}.$$

Donc on vérifiera la formule (11) en posant

$$(14) \qquad \varpi = \frac{B}{r^{n-2}} + C.$$

Si l'on supposait en particulier $n = 2$, le rapport $\frac{1}{r^{n-2}}$ devrait être remplacé par $l(r)$, et l'on aurait en conséquence

$$(15) \qquad \varpi = B\,l(r) + C.$$

» Si, dans les formules (14) et (15), on pose

$$B = 1, \quad C = 0,$$

elles donneront simplement, la première

$$\varpi = \frac{1}{r^{n-2}},$$

et la seconde

$$\varpi = l(r).$$

» Les formules (14) et (15), jointes à la formule (9), fournissent des valeurs de ϖ qui renferment seulement les constantes arbitraires B, C, f, g, h,... Mais on peut introduire des fonctions arbitraires dans ces valeurs de ϖ, en les intégrant par rapport aux quantités f, g, h,..... entre des limites fixes, et considérant B comme une fonction arbitraire de ces mêmes quantités. »

CALCUL INTÉGRAL. — *Mémoire sur l'intégration par séries des équations linéaires aux dérivées partielles, et sur l'usage des intégrales singulières dans cette intégration; par* M. A. CAUCHY.

L'objet de ce Mémoire sera développé dans un prochain article.

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur la hauteur et la vitesse du météore lumineux du 3 juin 1842; par* M. Petit.

« S'il est vrai, comme l'ont soupçonné quelques observateurs, que l'intervalle de temps compris entre le 6 et le 13 décembre corresponde, pour les étoiles filantes, à une époque d'apparitions périodiques, les globules noirs que Messier vit passer sur le soleil le 17 juin 1777, les bolides du 6 juin 1839, des 9 et 12 juin 1841, du 3 juin 1842 appartiennent sans doute à cette catégorie. Sous ce rapport, il peut être intéressant, malgré les perturbations considérables que la Terre doit exercer sur ces corps lorsqu'ils passent dans son voisinage, de déterminer aussi exactement que possible les diverses particularités de leur mouvement; car cela permettra peut-être un jour de remonter avec certitude à la nature même de ces phénomènes, d'assigner, après une discussion convenable des résultats fournis par les observations du mois de juin et du mois de décembre, la direction habituelle des bolides de ces deux époques, l'inclinaison moyenne de la zone qui les comprend, etc. Dans tous les cas, ne pût-on pas en tirer plus tard d'autres conséquences, il résulterait toujours de mon calcul que le bolide du 3 juin 1842 a brillé, comme celui du 9 juin 1841, d'un éclat très-vif, hors des limites de notre atmosphère, et que sa vitesse était aussi, comme celle de ce dernier, plus grande que la vitesse de translation de la Terre. On pourrait remarquer, en outre, quoique cette circonstance paraisse moins importante que les deux autres, à cause surtout des phénomènes qui l'ont accompagnée, que précisément au moment où il s'est éteint, le bolide du 3 juin 1842 se trouvait dans une partie de l'atmosphère où la densité de l'air devait être déjà assez considérable.

» Les calculs qu'exige cette nature de recherches sont assez longs et surtout très-délicats; mais ils présentent ordinairement beaucoup d'attraits quand on a pu se créer une méthode générale et uniforme pour les effectuer. A quelques difficultés près de détail tenant à la manière de corriger dans chaque cas les observations, celle que j'emploie remplit parfaitement ce but, quoiqu'il soit un peu difficile de la réduire en formules. Seulement il serait à désirer, pour qu'elle pût être toujours applicable, que les personnes qui adressent à l'Académie des Sciences des observations sur les bolides, indiquassent avec autant de précision que possible deux points de la trajectoire, soit en les rapportant aux étoiles, soit en déterminant la hauteur angulaire et l'azimut de ces points : il serait, en outre, très-important que l'on assignât la grandeur de l'arc soutendu par la trajectoire ainsi que le temps employé

à parcourir cet arc; car la vitesse apparente influe considérablement, non-seulement sur la nature, mais encore sur la position de l'orbite. Ces remarques sont d'autant plus nécessaires que, sur dix-neuf bolides dont les observations ont été mentionnées dans les *Comptes rendus* depuis 1837, il n'y en a que deux, celui du 9 juin 1841 et celui du 3 juin 1842, dont il ait été possible de calculer les trajectoires, quoique plusieurs d'entre eux aient été aperçus quelquefois par quatre ou cinq observateurs assez éloignés les uns des autres.

» Le bolide du 3 juin 1842 a été vu à Mende, à Toulouse et à Montpellier, ainsi qu'à Berrias et à Saint-Beauzile; mais les observations faites dans ces deux dernières localités présentent trop de vague pour pouvoir servir au calcul de la parallaxe, ce qui est fâcheux: car, ayant été faites dans le voisinage de Mende, elles auraient sans doute permis de préciser ce qui restait encore d'incertain dans l'observation de M. de Mondésir. Quant à celle de Montpellier, elle a été relevée avec beaucoup de soin et d'exactitude par M. l'abbé Paytal, professeur de physique au grand séminaire de cette ville, d'après les indications que ses souvenirs ont pu fournir à M. Marcel de Serres, et surtout d'après les renseignements extrêmement précis qui ont été donnés à M. Paytal par un de ses confrères, M. l'abbé Ginouris. Cette dernière observation n'ayant pas été mentionnée dans les *Comptes rendus*, je la rapporterai ici, comme base essentielle de mon travail, telle que M. l'abbé Paytal a bien voulu me l'adresser sur ma demande.

Azimut compté du *nord* vers l'*est* au premier moment de l'apparition	41°
Hauteur du bolide.	46°
Azimut compté du *nord* vers l'*ouest* au moment de l'extinction du bolide dans le ciel	26° 30′
Hauteur du bolide.	12° 7′
Temps employé par le bolide pour parcourir l'arc compris entre ces deux points, de	5″ à 6″
Moyenne.	5″,5

» L'éclat du bolide aurait permis à M. Ginouris de distinguer par terre de très-petits objets. Il ne croit pas l'avoir vu au premier moment de son apparition.

» D'après M. de Mondésir, le bolide du 3 juin, en se mouvant du *nord-est* au *sud-ouest*, passa à peu près au zénith de Mende. D'après l'observation faite à Toulouse, il descendit à peu près verticalement et en ligne droite depuis β du Cygne jusque vers δ du Dauphin. Ces deux observations sont telles que, fort heureusement, les erreurs de l'une ont été nécessairement en sens

inverse de celles de l'autre, de sorte qu'il a été possible de satisfaire avec une très-grande approximation à chacune d'elles et de déterminer aussi, par conséquent, leurs erreurs respectives. Mais, pour ne pas entrer ici dans des détails trop longs sur la méthode employée dans le calcul, je me contenterai de dire que j'ai pu lier par deux équations de condition les éléments les moins concordants des observations de Toulouse et de Mende, et que de ces équations j'ai pu déduire par quatre approximations successives des valeurs très-peu modifiées des éléments que j'y avais fait entrer, de manière à satisfaire ensuite fort convenablement aux autres circonstances des deux observations. Quant à l'observation de Montpellier, comme elle avait été faite avec beaucoup de soin et d'exactitude, et comme d'ailleurs, par la position même de la trajectoire, elle se trouvait entièrement indépendante des observations de Toulouse et de Mende, je l'ai employée sans la modifier. Du reste, je dois ajouter que quelques changements introduits dans cette dernière observation n'altéreraient pas sensiblement les résultats.

» Voici maintenant les circonstances principales de la marche du bolide du 3 juin 1842 :

Hauteur du bolide au-dessus de la surface de la Terre lorsqu'il fut aperçu par M. Ginouris.	301349^{m}
Hauteur du bolide quand il parut s'éteindre dans le ciel.	20714^{m}
Vitesse apparente en une seconde.	71288^{m}
D'où l'on déduit pour la vitesse relative par rapport à la Terre.	71985^{m}
pour la vitesse absolue dans l'espace.	74259^{m}
pour l'angle de cette vitesse absolue avec la ligne menée du bolide au Soleil.	72° 45′ 5″
enfin pour l'inclinaison de la trajectoire lumineuse sur l'horizon de Montpellier.	45° 52′ 24″

» Les nombres précédents satisfont aussi bien que possible à tous les détails des observations; mais on doit remarquer que, quoique déjà très-considérables, ils peuvent cependant être regardés comme donnant les limites inférieures de la hauteur et de la vitesse; car on trouverait des valeurs plus grandes encore pour ces deux quantités, si l'on admettait que M. Ginouris n'a pas vu le bolide au premier moment de son apparition et que ce bolide est passé rigoureusement au zénith de Mende. Le tableau suivant permettra d'apprécier le degré d'exactitude des résultats obtenus, et fera connaître en même temps quelles ont dû être les erreurs des observations.

Hauteur angulaire du bolide quand il passa au-dessus de Mende, d'après M. de Mondésir : *à peu près au zénith*.	Hauteur modifiée par les équations de condition . . . . 80° 23′ 40″
Direction du bolide pour l'observateur de Mende : du *nord-est* au *sud-ouest*.	Direction calculée à partir de la ligne *est-ouest*, de 38° 5′ 22″ *nord-est* à 49° 49′ 40″ *sud-ouest*.
D'après M. de Mondésir le bolide s'est divisé en globules qui se sont éteints sur une ligne inclinée de 30°. La formation de ces globules devait avoir eu lieu, par conséquent, 10 ou 12 degrés plus haut.	Hauteur calculée où l'observateur de Mende dut voir le bolide se séparer en éclats, cette hauteur correspondant au point où l'observateur de Montpellier cessa de le voir. . . . . 40°
L'explosion a été entendue à Mende, 2 minutes environ après l'extinction du bolide, ce qui le fait tomber à 8 ou 10 lieues de Mende, d'après M. de Mondésir.	Distance calculée de Mende au point où a dû tomber le bolide s'il a continué à se mouvoir en ligne droite après l'extinction. . . . . 39595^{m},9 Distance de Mende au point où se trouvait le bolide quand il a paru s'éteindre pour l'observateur de Montpellier (ce point est probablement celui où il fit explosion). . . . . 28796^{m},6
Le bruit de l'explosion n'a pas été entendu à Montpellier et les globules formés par la division du bolide n'ont pas été vus.	Distance calculée de Montpellier. . . . . . { au point où eut lieu l'explosion. . . . 98686^{m},2 au point où dut tomber le bolide. . . . 97891^{m},8 }
Le bruit de l'explosion n'a pas été entendu à Toulouse, les globules formés n'ont pas été vus.	Distance calculée de Toulouse. . { au point où se fit l'explosion. . . . 173146^{m},5 au point où tomba le bolide. . . . 151694^{m},4 }
Direction apparente du bolide pour l'observateur de Toulouse : de β du Cygne vers δ du Dauphin, c'est-à-dire du *sud-ouest* au *nord-est* dans un azimut faisant un angle de 20 à 24 degrés avec la ligne (*est-ouest*).	Direction calculée du bolide pour l'observateur de Toulouse : du *sud-ouest* au *nord-est* dans un azimut faisant un angle de 29° 18′ 10″ avec la ligne (*est-ouest*).
Disparition du bolide pour l'observateur de Toulouse : à peu près à l'horizon derrière une allée d'arbres.	Hauteur calculée du point où le bolide dut disparaître pour l'observateur de Toulouse, par suite de sa séparation en parties { au-dessus de l'horizon de Montpellier. . . . . 6° 52′ et par conséquent au-dessus de l'horizon de Toulouse, 4° 30′ à peu près. }

» Le bolide du 3 juin 1842 a dû tomber, par conséquent, à peu près à égale distance de Mende et de Saint-Affrique, sur la ligne qui joint ces deux villes, entre le Tarn et les montagnes de la Lozère, ce qui paraît conforme

à l'observation de M. de Malbos; ce dernier l'a vu, en effet, de Berrias tombant à l'*ouest* dans la direction des montagnes. Au moment de sa chute il se mouvait par rapport au Soleil dans une hyperbole dont voici les éléments déterminés par le rayon vecteur, la direction et la grandeur de la vitesse.

Longitude héliocentrique du nœud ascendant	73°
Longitude héliocentrique du périhélie dans l'orbite à partir du nœud ascendant	200° 49′ 30″
Longitude héliocentrique du périhélie sur l'écliptique à partir de l'équinoxe	259° 58′ 5″
Distance du périhélie, celle de la Terre au Soleil étant l'unité	0,946017
Excentricité	4,753164
Inclinaison de l'orbite sur l'écliptique	71° 15′ 25″
Mouvement héliocentrique	Direct.

» Par rapport à la Terre, dont l'influence était excessivement prédominante au moment de l'observation, l'orbite était aussi une hyperbole comme pour le bolide du 9 juin 1841. Cette hyperbole est représentée par les éléments suivants :

Ascension droite du nœud ascendant sur l'équateur	334° 37′ 30″
Ascension droite du périgée sur l'équateur	170° 3′ 7″
Distance du périgée, le rayon terrestre étant l'unité	0,781011
Excentricité	62,644130
Inclinaison de l'orbite sur l'équateur	51° 35′ 58″
Mouvement géocentrique	Rétrograde.

» Quoiqu'on ne puisse rien conclure de général des résultats trouvés pour deux bolides, il n'est peut-être pas hors de propos de remarquer, en terminant, que le mouvement héliocentrique du bolide du 3 juin 1842 est *direct*, comme celui du bolide du 9 juin 1841 ; que, pour l'un et l'autre de ces bolides, le mouvement géocentrique est *rétrograde ;* enfin, que si l'on adoptait entièrement l'observation, d'ailleurs très-bien faite, de M. Sauvanau, sur le bolide du 9 juin 1841, on trouverait pour exprimer les vitesses de ce dernier bolide des nombres presque absolument égaux à ceux trouvés plus haut pour le bolide du 3 juin 1842. Ainsi l'on aurait, dans ce cas,

	Pour le bolide du 9 juin 1841.	Pour le bolide du 3 juin 1842.
Vitesse apparente	77510,5	71288,8
Vitesse relative par rapport à la Terre	77092,0	71085,6
Vitesse absolue dans l'espace	74019,0	74259,7

» Les mouvements héliocentriques resteraient *directs* pour les deux bolides ; les mouvements géocentriques resteraient aussi *rétrogrades*. »

MÉTÉOROLOGIE. — *Quelques résultats extraits des observations météorologiques faites à Toulouse par* M. PETIT.

Température moyenne de Toulouse.

	Par les demi-sommes des températures journalières maxima et minima.	Par les eaux des fontaines publiques.	Par les eaux du puits de l'Observatoire.
1839. . . .	+ 13°,68 centig.		
1840. . . .	+ 13°,07		
1841. . . .	+ 13°,30	+ 12°,77	+ 13°,04
1842. . . .	+ 12°,86	+ 12°,97	+ 12°,52

Nombre de jours de gelée. 25.

Hauteur moyenne du baromètre,

$748^{mm},17$.

Oscillation diurne du baromètre, de 9 heures du matin à 3 heures du soir,

$0^{mm},95$.

Quantité moyenne de pluie,

$0^{m},562$.

Nombre de jours de pluie. 133.
Nombre de jours de tonnerre. . . . . 16.

NOMINATIONS.

L'Académie procède, par voie de scrutin, à la nomination d'une Commission chargée de l'examen des pièces adressées au concours pour le prix offert par M. *Manni* concernant les morts apparentes.

MM. Andral, Serres, Rayer, Magendie, Breschet, obtiennent la majorité des suffrages.

MÉMOIRES LUS.

CHIRURGIE. — *Mémoire sur les symptômes et la marche de l'inflammation des os; par* M. GERDY.

(Commissaires, MM. Breschet, Roux, Rayer.)

L'auteur, en terminant son Mémoire, résume dans les termes suivants les conséquences qui se déduisent des faits qu'il a considérés.

« Malgré les grandes différences que l'organisation des os présente, au premier abord, lorsqu'on la compare avec celle des parties molles, comme la vascularisation y est analogue, cette vascularisation commune efface et affaiblit considérablement ces différences. Par suite de l'abondance de leurs vaisseaux, les os s'enflamment très-facilement et beaucoup plus fréquemment qu'on ne le croit. Les vaisseaux alors y prennent, comme dans les parties molles, un développement extraordinaire. D'innombrables ruisseaux de sang qui pénètrent leur substance comme celle d'une éponge, y portent avec la vie, ainsi que dans les parties molles, le principal élément de l'inflammation. Le gonflement des os est la suite de leur inflammation, comme la tuméfaction des parties molles est l'effet de leur phlegmasie. Ils souffrent encore, de même que les parties molles, mais bien qu'ils souffrent des douleurs morbides ou spontanées, ils manquent de sensibilité physique; c'est-à-dire qu'on peut les couper, les piquer, les brûler, sans que le malade en ait conscience.

» Comme les parties molles enflammées, ils secrètent des fluides organisables sous le périoste, dans leurs cavités médullaires ou diploïques, et dans leur trame intérieure; ils peuvent s'ulcérer, suppurer et être partiellement frappés de mort par une inflammation circonférentielle ulcérative. Comme les parties molles enflammées, ils causent des symptômes d'hypérémie et d'inflammation dans les parties voisines; ils provoquent des sympathies pénibles, douloureuses ou graves dans les autres organes et dans l'ensemble des fonctions. Mais si leur inflammation suit, comme dans les parties molles, une marche aiguë ou chronique, elle en diffère par sa persistance indéfinie et latente, par ses assoupissements prolongés qui en imposent pour des guérisons réelles, et par ses réveils tardifs et inattendus. Il en résulte que lors même que les os sont réellement guéris, on peut conserver des doutes légitimes sur la solidité et sur la constance de leur guérison.

» Ainsi, comparées sous tous les points de vue, sous les rapports divers de la vascularisation, des altérations matérielles, des symptômes locaux, des symptômes de voisinage, des symptômes généraux, de la marche, des terminaisons et même des causes, dont je n'ai pas dû parler ici, l'inflammation des os et l'inflammation des parties molles offrent à l'attention de l'observateur de frappantes analogies; mais elles présentent aussi de notables différences. Les principales se remarquent dans la persistance et la perpétuité des altérations matérielles, de la vascularisation morbide des os; dans l'extension et la dispersion de ces altérations sur plusieurs, ou sur tous les points

d'un os primitivement malade sur un seul; dans le gonflement qui se manifeste seulement dans certaines circonstances; dans le contraste de douleurs morbides parfois très-vives en un os qui est en même temps profondément insensible aux opérations les plus cruelles en apparence; dans la marche intermittente de l'inflammation des os avec exacerbations irrégulières reparaissant à plusieurs mois, plusieurs années, et même à un grand nombre d'années de distance les unes des autres. »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

CHIRURGIE. — *Sur les anévrismes traumatiques; par* M. **Amussat.**

(Commission précédemment nommée.)

« De mes recherches expérimentales sur la formation des anévrismes traumatiques, on peut déduire les conclusions suivantes :

» 1°. La formation de ces anévrismes n'avait pas été suffisamment observée. Non-seulement on ne les avait pas autant étudiés que les anévrismes vrais, mais encore on n'avait pas profité de la possibilité de les produire à volonté sur les animaux vivants, pour les étudier avec plus de facilité.

» 2°. On doit rayer de la nomenclature des anévrismes ceux qu'on appelle faux primitifs, ou diffus, parce que ce ne sont pas des anévrismes, mais bien de simples épanchements survenus immédiatement après la blessure d'une artère : il n'y a anévrisme que lorsque la poche est formée.

» 3°. On n'obtient presque jamais d'anévrismes sur les chiens; sur les chevaux, on n'obtient que des anévrismes complexes, c'est-à-dire *artériels veineux* ou par *transfusion.* Je n'ai pas obtenu un seul anévrisme *artériel simple,* c'est-à-dire une poche surajoutée à la blessure d'une artère, peut-être parce que je n'ai pas conservé les animaux assez longtemps.

» 4°. J'ai constaté plusieurs variétés de l'anévrisme *artériel veineux* ou par *transfusion :*

» A. Le *latéral simple,* qui est établi par un trou de communication entre une artère et une veine accolées ;

» B. Le *latéral avec poche* anévrismale, la communication étant établie par le sac entre l'artère et la veine ;

» C. L'*anévrisme double,* c'est-à-dire qu'une artère ayant été transpercée, il s'établit une poche anévrismatique d'un côté, et de l'autre une communication entre l'artère et la veine.

» D. Le *direct :* une artère et une veine ayant été divisées entièrement, la communication est rétablie par une poche intermédiaire ;

» E. Enfin, l'*anévrisme direct en cul-de-sac*, une poche anévrismale s'étant formée à l'extrémité du bout cardiaque d'une artère et d'une veine entièrement divisées.

» 5°. Les anévrismes traumatiques sur l'homme doivent être étudiés avec beaucoup de soin, afin de comparer les résultats que fournit l'espèce humaine avec ceux que j'ai obtenus sur les animaux vivants.

» 6°. Enfin, les conséquences pratiques relatives à l'opération de l'anévrisme sont les mêmes que celles qui ont été parfaitement déduites par M. Breschet, dans son Mémoire sur les anévrismes par transfusion observés dans l'espèce humaine. »

CHIRURGIE. — *Sur la question de priorité relativement à la torsion des artères.* Extrait d'une Lettre de M. AMUSSAT.

« M. Thierry, dans une première réclamation, dit avoir énoncé vaguement l'idée de la torsion des artères dans une composition écrite en 1827, c'est-à-dire deux ans avant le dépôt de mon paquet cacheté à l'Institut. Un nouveau passage extrait par M. Thierry de sa composition écrite, est beaucoup plus explicite que celui de sa première Lettre. On arrivera bientôt à retrouver tout ce qu'on voudra dans cette composition *écrite et raturée.* Pour toute réponse, il me suffira de faire remarquer encore ici l'insignifiance des titres de priorité fondés sur des manuscrits.

» Or, M. Thierry n'a rien *imprimé* pendant deux années; et il avoue, dans sa dernière Lettre, n'avoir fait que quelques expériences sur les chevaux, qu'il a publiées seulement après le dépôt de mon paquet cacheté, et après avoir eu connaissance de mes expériences par M. Magendie.

» Remarquons bien que, depuis le 1er juin 1829, les travaux sur la torsion des artères ont été non interrompus en France et à l'étranger.

» MM. Thierry et Velpeau ne se sont occupés de la torsion des artères qu'après le dépôt de mon paquet cacheté, et après que j'eus fait assister à mes expériences beaucoup de médecins français et étrangers.

» M. Thierry croit pouvoir faire remonter l'invention de la torsion à 1827, parce qu'il a parlé vaguement de la torsion dans une composition écrite; mais, je le répète, il n'a publié quelques expériences sur ce sujet qu'après le 1er juin 1829, et après avoir eu connaissance de mes expériences par M. Magendie. »

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Mémoire sur le mouvement propre du Soleil; par* M. BRAVAIS. (Extrait par l'auteur.)

(Commissaires, MM. Biot, Arago, Liouville.)

« La direction du mouvement de translation du Soleil a été récemment établie par M. Argelander avec un degré de précision qui laisse peu de chose à désirer; mais les bases de la méthode suivie jusqu'ici ne sont pas à l'abri de toute objection. Cette méthode suppose, en effet, tantôt que le mouvement du Soleil doit être déterminé de manière à ce que les étoiles soient *aussi en repos que possible*, tantôt que la distribution de leurs mouvements a eu lieu complétement au hasard, et qu'il existe une égale facilité de direction vers toutes les régions de l'espace, principes qui, en toute rigueur, peuvent être déniés.

» Il m'a paru possible d'affranchir de ces entraves la détermination du mouvement propre du Soleil, en substituant des considérations mécaniques aux considérations géométriques employées jusqu'à ce jour, et en faisant intervenir chaque étoile, proportionnellement à la masse qu'elle possède ou qu'elle représente. La nécessité de l'introduction des masses est rendue sensible par cette circonstance singulière, qu'il existe dans le ciel des groupes binaires dont les deux composantes, fort écartées l'une de l'autre, ont cependant le même mouvement propre, telles sont A du Serpentaire et l'étoile 30 du Scorpion, quoique séparées par un intervalle angulaire de 13 minutes. Devons-nous faire entrer ce groupe dans nos calculs comme une étoile unique ou comme deux étoiles distinctes? Une multitude d'autres cas pareils peut se présenter; qui sait même s'il n'existe pas une gradation insensible qui mène des systèmes binaires à composantes très-rapprochées, jusqu'aux systèmes d'étoiles décidément indépendantes entre elles? Et comment alors devons-nous envisager les étoiles doubles et les étoiles multiples? Cette difficulté disparaît si l'on tient compte de la masse des étoiles.

» Des considérations fort simples mènent alors aux équations du mouvement solaire. Ce mouvement ne pouvant être déterminé d'une manière absolue, puisque nous ne pouvons répondre de la fixité des repères auxquels nous comparerions le Soleil, la question se trouve réduite à la détermination d'un mouvement relatif, soit qu'il s'agisse d'obtenir ce dernier par rapport au centre de gravité d'un groupe défini d'étoiles, ou relativement au centre de gravité de toutes les étoiles existantes. Il est également permis, dans ces deux cas, de supposer en repos le centre de gravité du système, et cette condition

fournit immédiatement les trois composantes rectangulaires de la vitesse solaire relative.

» Au point de vue théorique, les formules ne laissent rien à désirer. Si, par exemple, on les appliquait à la Terre considérée comme étant en mouvement par rapport au centre de gravité du système planétaire, elles donneraient immédiatement la vitesse de translation de notre globe et la direction de son mouvement. Mais, dans le cas spécial du mouvement solaire, l'ignorance dans laquelle nous sommes au sujet des masses et des distances des étoiles, et surtout au sujet des déplacements qui ont lieu suivant les rayons vecteurs géométriques, rend difficile l'application des formules. Je suis parvenu à éliminer les variations des distances, en admettant que le centre de gravité du système formé par les étoiles projetées sur leurs rayons vecteurs initiaux, reste invariable avec le temps, et coïncide constamment avec le véritable centre de gravité du système. Le théorème général qui détermine les trois composantes de la vitesse solaire peut alors s'énoncer comme il suit : « Si, d'une part, l'on rapporte les étoiles sur une surface sphérique de » rayon 1, en leur conservant leurs masses et leurs positions relatives angu- » laires, et si d'autre part, on projette, sur un axe passant par le Soleil, leurs » quantités de mouvement normales aux rayons vecteurs, la somme de ces » quantités de mouvement divisées par le moment d'inertie que possède » autour du même axe la surface sphérique étoilée du rayon 1, donnera, » son signe étant changé, la composante de la vitesse solaire suivant cet » axe, si celui-ci est d'ailleurs ou l'un des trois axes principaux de la sphère » de rayon 1, ou la droite suivant laquelle se meut le Soleil. »

» Dans l'application, j'ai supposé toutes les masses égales entre elles ; et quant aux distances, j'ai adopté une hypothèse, fautive, il est vrai, mais fautive en un sens inverse de celui dans lequel péchait l'hypothèse de M. Argelander, de sorte que la vérité devra être comprise entre les deux résultats. Suivant l'une des hypothèses, les distances seraient, en général, en raison inverse des mouvements propres ; suivant l'autre, elles seraient indépendantes de la grandeur de ce mouvement. Il est à croire que, par le fait, les distances suivent à peu près la raison inverse des racines cubiques des mouvements propres moyens qui leur correspondent.

» Le point du ciel vers lequel marche le Soleil (point que l'on peut nommer *pôle des mouvements parallactiques, pôle parallactique*), étant déterminé par l'hypothèse que j'ai adoptée pour les distances, et par les soixante et onze étoiles dont le mouvement propre annuel surpasse une demi-seconde, est distant de 10 degrés de celui qu'a obtenu M. Argelander pour les mêmes

étoiles ; et, si l'on adopte la moyenne des deux évaluations, on peut espérer d'être aussi près de la vérité que nos connaissances actuelles nous le permettent.

» Quant à la vitesse absolue de la translation du Soleil, sa détermination n'est pas actuellement possible ; mais comme elle est en rapport avec la vitesse moyenne de translation des étoiles, quantité que nous ne pouvons non plus mesurer, on peut du moins obtenir assez exactement le rapport de ces deux vitesses. En les comparant, j'ai trouvé que le Soleil était une étoile à faible mouvement propre, et que sa vitesse atteignait environ les $\frac{6}{10}$ de la moyenne vitesse des étoiles.

» Ce résultat différant beaucoup de celui auquel est arrivé M. Argelander par des considérations qui sont, il est vrai, d'une autre nature, j'ai indiqué quelle me paraissait être la cause de cette différence.

» Le mouvement propre moyen des étoiles, lorsqu'on l'observe du Soleil mobile est augmenté par l'effet du mouvement de transport de l'observateur. Dans la recherche de la vitesse moyenne des étoiles, il était indispensable de remplacer les mouvements propres vus du Soleil mobile, et tels que les donne l'observation, par les mouvements corrigés, c'est-à-dire tels qu'ils seraient vus du Soleil immobile. J'ai employé dans ce but le théorème suivant :

« L'excès des forces vives stellaires estimées parallèlement à la surface de » la sphère héliocentrique à centre mobile, sur les forces vives stellaires estimées parallèlement à la surface de la sphère fixe est une quantité qui reste » constante, quelles que soient la direction et la grandeur des mouvements » absolus des étoiles, et a pour mesure le moment d'inertie des étoiles préalablement transportées à la surface de la sphère dont le rayon égale la » vitesse solaire, la route de cet astre étant prise pour axe de ce moment. »

» J'ai conclu de là que le moyen mouvement propre des étoiles était agrandi, par le fait de la translation du Soleil, dans le rapport de 14 à 13.

» Il est remarquable que, parmi le nombre infini de systèmes différents de vitesse et de direction du mouvement solaire, le système fourni par nos formules sera précisément celui qui rendra un minimum cette partie de la somme des forces vives des étoiles, qui seule est appréciable et visible pour nous, c'est-à-dire les forces vives normales aux rayons visuels des étoiles ; de sorte que le vrai système de la nature est précisément celui dans lequel *la moindre action*, ou la plus grande économie de force vive, se trouve réalisée.

» On retomberait aussi sur nos trois équations fondamentales, en admet-

tant que les quantités de mouvement estimées parallèlement à la surface de la sphère fixe, et, dégagées ainsi de toute cause d'erreur parallactique, doivent, étant projetées sur chacun des axes coordonnés, s'y entre-détruire par compensation de signes; hypothèse qui revient à dire, en d'autres termes, qu'il existe une égale propension au mouvement vers toutes les régions de l'espace pour chaque unité de masse des corps de notre univers. Ainsi, en définitive, ces trois principes si différents en apparence, *de la permanence des centres de gravité, de la facilité égale pour le mouvement dans tous les sens, enfin de la plus petite somme de mouvement à dépenser dans l'explication des déplacements stellaires* viennent se réunir et, pour ainsi dire, se confondre en un seul et même résultat.

» J'ai recherché, en outre, l'influence que pourrait avoir sur les résultats précédents l'addition des étoiles inconnues dont le mouvement propre est inférieur à une demi-seconde, et qui, réunies aux soixante-onze étoiles fondamentales, complètent le groupe des étoiles les plus rapprochées du Soleil. La prise en considération de ces nouveaux astres ne change rien à la direction probable du mouvement solaire, mais tend à diminuer la vitesse linéaire de cet astre; comme d'ailleurs la vitesse moyenne stellaire diminue sensiblement dans le même rapport, le rapport des deux vitesses est fort peu modifié. Quant aux étoiles voisines du pôle austral, et aux grands corps obscurs qui peuvent aussi faire partie du système, leur introduction n'altère ni la direction probable du mouvement, ni la valeur probable de la vitesse.

» J'examine, en terminant, si le mode de distribution des soixante-onze étoiles au milieu des espaces célestes peut être considéré comme uniforme. L'ignorance où nous sommes encore aujourd'hui sur les mouvements propres de la moitié inférieure du ciel austral est une circonstance gênante pour la complète solution de la question. On peut cependant regarder comme probable que ce mode de distribution n'est pas uniforme. L'hypothèse qui se présente d'abord pour expliquer le fait consiste à admettre une tendance primordiale des étoiles à grand mouvement propre à se trouver placées non loin d'un certain plan fixe qui passerait par le centre du Soleil. On exprime analytiquement cette tendance, en distribuant par la pensée une partie des étoiles uniformément sur la surface de la sphère entière; l'autre partie, le long de la circonférence d'un grand cercle. En plaçant le pôle boréal de ce grand cercle par 51 degrés de déclinaison et 106 degrés d'ascension droite, en admettant, de plus, que le nombre des étoiles distribuées sphériquement et celui des étoiles distribuées annulairement soient représentés par les frac-

tions 0,70 et 0,30, on obtient un système idéal qui reproduit, à peu de chose près, celui de la nature, du moins quant à la position des axes principaux et à la valeur des moments d'inertie correspondants. Il est remarquable que le grand cercle ainsi obtenu et près duquel les étoiles à forts mouvements propres se rencontrent plus pressées qu'ailleurs, n'est incliné que de 20 degrés sur cet autre grand cercle que M. Mädler a nommé *équateur stellaire* (*Comptes rendus*, t. VI, p. 920), et qui, d'après cet astronome, représenterait la position moyenne ou dominante des plans des orbites des étoiles doubles. J'ai cru inutile d'essayer d'autres hypothèses relativement à ce mode de distribution, à cause de la lacune offerte par le ciel austral qui fait craindre que de semblables tentatives ne deviennent ultérieurement illusoires ; la même cause s'oppose à ce que nous puissions déterminer rigoureusement, dès aujourd'hui, la probabilité de l'existence d'une cause spéciale et originelle qui aurait présidé à cette inégalité de distribution. »

PHYSIOLOGIE. — *Addition au Mémoire intitulé: De l'action de l'arsenic sur les moutons, et de l'intervalle de temps nécessaire pour que ces animaux se débarrassent complétement de ce poison, alors qu'il leur a été administré à haute dose; par* MM. **Danger** *et* **Flandin**.

« 1°. Le mouton qui a survécu à la prise de 16 grammes d'acide arsénieux en poudre, et sur lequel nous avons suivi, jour par jour, par l'analyse des fécès et des urines, les effets de l'élimination du poison, a été tué le trente-huitième jour de l'expérience. Ses organes étaient sains, et l'analyse chimique n'y a fait découvrir, non plus que dans la chair musculaire, aucune trace d'arsenic. Un jeune chien a mangé tous les viscères intérieurs et la basse viande : il n'en a éprouvé aucun effet fâcheux, et l'on n'a retrouvé d'arsenic ni dans ses urines ni dans ses fécès analysées en masse et simultanément.

» Six personnes ont mangé la chair plus spécialement livrée à la boucherie, et aucune d'elles n'a été incommodée. Deux de ces personnes, parmi lesquelles se trouve l'un de nous, ont fait leur nourriture habituelle de cette viande durant dix jours, et elles n'en ont ressenti aucun accident. La question de Médecine légale que nous nous sommes posée accessoirement dans notre Mémoire se trouve donc pleinement résolue.

» 2°. Le chien qui a mangé les viscères des trois moutons empoisonnés n'a pas succombé. Au bout de six jours il a cessé de rendre de l'arsenic dans ses urines. Sacrifié le neuvième jour, on n'a constaté à l'autopsie que son extrême maigreur. Ses organes internes étaient sains, et, par l'analyse chi-

mique, on n'y a découvert aucune trace d'arsenic. Cet animal s'est donc débarrassé du poison absorbé beaucoup plus vite que le mouton. On peut expliquer cette différence par les simples données de l'Anatomie comparée. D'une part, en effet, la longueur du tube intestinal sur le mouton excède 20 mètres, et cette longueur n'est pas de 4 mètres pour le chien; de l'autre, la membrane musculaire est très-développée dans l'appareil digestif du carnivore, et elle n'est pour ainsi dire qu'à l'état rudimentaire dans celui de l'herbivore : la digestion, et par suite l'absorption et les sécrétions même, doivent donc être beaucoup plus actives sur le chien que sur le mouton. Quant au temps nécessaire à l'élimination d'une substance toxique telle que l'arsenic, il eût été dangereux de conclure d'une espèce animale à une autre, et il n'est pas douteux même qu'on ne rencontre à cet égard quelques différences entre les individus d'une même espèce. »

(Renvoi à la Commission de l'arsenic.)

On renvoie à la même Commission un Mémoire adressé précédemment par MM. Danger et Flandin sur l'empoisonnement par les antimoniaux, le but principal de ce Mémoire étant de faciliter les recherches de chimie légale dans les cas supposés d'empoisonnement par l'arsenic. MM. Chevreul et Pelouze, qui avaient déjà pris connaissance de ce dernier travail, sont adjoints à la Commission générale.

PHYSIQUE APPLIQUÉE. — *Sur l'emploi du baromètre à siphon, — sur les améliorations à apporter à la construction des baromètres, — sur les causes des oscillations barométriques; par* M. DE VILLENEUVE. (Extrait par l'auteur.)

(Commission précédemment nommée.)

« Dans le Mémoire présenté le 13 février à l'Académie des Sciences, M. de Villeneuve a établi ce principe :

» Dans tous les baromètres de M. Gay-Lussac, la variation de la température intérieure de l'appareil peut être exactement mesurée à l'aide des variations de niveau des deux branches du siphon barométrique.

» Dans son nouveau travail, M. de Villeneuve démontre que le même principe s'applique à tous les baromètres, de forme quelconque, dans lesquels la section de la partie supérieure du baromètre est dans un rapport constant avec la section de la partie inférieure.

» De sorte qu'avec trois observations fondamentales, on peut calculer,

dans ces baromètres, le rapport des sections des deux extrémités, et par suite le *coefficient* de la dilatation apparente du liquide barométrique. De ces données, on peut toujours déduire, de l'observation des niveaux inférieur et supérieur de l'appareil, la température intérieure. Et, par une réciprocité évidente, M. de Villeneuve conclut de ces prémisses que, si l'on observe exactement la température intérieure de l'appareil et les variations de niveau d'une des extrémités du baromètre, on pourra calculer aisément, soit le niveau du mercure à l'autre extrémité, soit la pression barométrique totale et réduite à 0. Les observations barométriques ainsi calculées offrent donc beaucoup plus de facilité, de rapidité et d'exactitude que celles obtenues par la méthode ordinaire, et l'opération numérique n'offre pas beaucoup plus de difficultés que la réduction des observations directes à la température de la glace.

» Tout l'appareil barométrique se trouve ainsi ramené à la lecture du niveau d'une seule branche du siphon barométrique, et à celle d'un thermomètre dont la boule allongée plongerait dans la partie moyenne du tube barométrique.

» On voit de suite combien de modifications nouvelles peut recevoir l'appareil barométrique, soit qu'on le destine aux grands voyages et aux nivellements, soit qu'on veuille établir des instruments fixes destinés à apprécier toutes les oscillations barométriques dans un lieu donné. M. de Villeneuve a indiqué, entre autres, un barométrographe à flotteur qui serait tout en fer, ou bien un baromètre de voyage qui serait tout à fait à l'abri des fractures.

» Dans la deuxième partie du Mémoire est exposée l'esquisse d'une théorie des oscillations barométriques.

» D'après l'auteur, les mouvements périodiques du baromètre, dans la région équatoriale, s'expliquent, 1° par la dilatation diurne de l'air combinée avec la dissémination de vapeurs aqueuses dans l'atmosphère; 2° par l'accroissement de la vitesse de rotation de l'atmosphère dans les régions de plus en plus éloignées de la surface.

» Dans la région polaire, les variations suivraient, au contraire, une variation annuelle basée, 1° sur la longueur des deux périodes de chaleur et de froid qui assimilent l'année polaire au jour équatorial; 2° sur l'affluence vers la région polaire d'un courant d'air chaud et humide qui, parcourant la région supérieure de l'atmosphère, se déverse de la région équatoriale vers les pôles. Ce courant chaud, conséquence nécessaire de l'existence des vents

alisés, causerait les grandes dépressions barométriques observées, pendant notre hiver, dans les contrées boréales.

» La condensation continue de la vapeur d'eau entraînée dans ce courant produirait un courant d'électricité doué d'un mouvement dirigé de l'ouest à l'est, qui parcourrait le haut de l'atmosphère, absolument comme le courant électro-magnétique marche de l'ouest à l'est dans le *haut* d'un circuit fermé.

» Ce courant expliquerait bien, par ses variations les plus importantes et par les périodes de sa plus grande intensité, les principaux phénomènes du magnétisme terrestre; il montrerait la liaison de la position de l'équateur magnétique avec la climatologie, liaison déjà bien signalée par le savant M. Duperrey. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Démonstration d'un nouveau théorème de calcul intégral. Considérations sur la composition et la décomposition des équations différentielles; par* M. **Brassinne.**

(Commissaires, MM. Liouville, Sturm.)

Sommaire de ce travail (donné par l'auteur).

« 1°. Considérations générales sur la composition et la décomposition des équations différentielles.

» 2°. Théorème. « Si des équations différentielles linéaires, en nombre » quelconque, ont des solutions communes, et si ces solutions sont données » par une équation différentielle de l'ordre p (équation qu'il est toujours » facile de trouver), on pourra ramener l'intégration des équations diffé- » rentielles données à l'intégration d'un second système d'équations différen- » tielles linéaires dont les ordres seront plus faibles de p unités. »

» 3°. Principes de la composition des équations: pour établir l'analogie de l'algèbre et du calcul intégral, quelle forme doivent avoir les solutions des équations différentielles qui sont analogues aux racines égales en algèbre. »

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur un théorème de Fermat; par* M. **Frizon.**

(Commissaires, MM. Aug. Cauchy, Sturm, Liouville.)

Voici comment l'auteur annonce son volumineux travail :

« J'ai l'honneur de soumettre à l'examen de l'Académie des Sciences le résultat des recherches que j'ai faites sur ce théorème de Fermat : Passé le se-

cond degré, il n'existe pas de puissance m, qui se partage en deux autres puissances du même degré m.

» Ce n'est pas une démonstration générale que je présente, mais un procédé uniforme, dont je donne l'application aux nombres premiers, depuis 3 jusqu'à 31. »

GÉODÉSIE. — *Sur les inégalités de la longueur du pendule et de la hauteur de la colonne barométrique à la surface des eaux tranquilles*, supplément à un précédent Mémoire sur quelques-unes des irrégularités de la structure du globe terrestre; *par* M. **Rozet**.

(Commission précédemment nommée.)

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Description et figure d'un appareil destiné à être substitué au frein de* M. de Prony, *dans les machines qui ne conduisent pas à un axe rotatif; par* M. **Viel**.

(Commissaires, MM. Poncelet, Piobert, Séguier.)

PHYSIQUE EXPÉRIMENTALE. — *Nouvel héliostat inventé par* M. **Silbermann** aîné, *et exécuté par* MM. **Soleil** *et* **Neumann**.

(Commissaires, MM. Biot, Arago, Babinet, Regnault.)

Les avantages que M. Silbermann attribue au nouvel instrument, sur les divers héliostats employés jusqu'ici par les physiciens, sont: Un prix sensiblement moins élevé; la possibilité de diriger le rayon réfléchi vers tous les points de l'espace; la faculté d'orienter l'instrument sans recourir à une ligne méridienne tracée d'avance. Nous attendrons le rapport pour donner plus de détails.

M. **Pravaz** prie l'Académie de vouloir bien charger une Commission de constater l'état actuel de deux individus qu'il présente et qui, affectés de *luxations congénitales du fémur*, vont être soumis à un traitement au moyen duquel il espère obtenir une cure radicale.

(Commissaires, MM. Magendie, Roux, Breschet.)

M. **Rhae** adresse une nouvelle communication relative à des moyens qu'il croit propres à diminuer les dangers des *chemins de fer*.

(Renvoi à la Commission des chemins de fer.)

M. **Brachet** envoie une suite à ses recherches concernant la *Télégraphie nocturne.*

(Commission précédemment nommée.)

M. **Phillips** soumet au jugement de l'Académie un Mémoire écrit en anglais et ayant pour titre : « *Recherches de Chimie théorique.* »

(Commissaires, MM. Gay-Lussac, Becquerel, Regnault.)

M. **Faulcon** adresse une addition à un Mémoire qu'il avait précédemment présenté sur un *bateau à vapeur à roues à aubes, horizontales et noyées;* il annonce que, postérieurement à sa première communication, on a pris en Angleterre un brevet pour une invention qui ne diffère de la sienne en rien d'essentiel, et il envoie comme pièces justificatives une brochure publiée par lui et une autre publiée par un anglais.

(Renvoi à la Commission précédemment nommée.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique** annonce qu'il vient de prendre les mesures nécessaires pour prévenir la destruction d'un ancien gnomon existant dans la ville de Tonnerre, et à la conservation duquel l'Académie avait témoigné qu'elle s'intéressait.

M. le **Ministre de la Guerre** transmet un *Tableau de la situation des établissements français dans l'Algérie en* 1841.

M. **Regnault** présente à l'Académie, de la part de M. **Reizet**, une *pile d'une construction nouvelle, remarquable par ses effets énergiques.* Cette pile, formée de 40 éléments et occupant très-peu d'espace, suffit pour produire tous les effets qu'on obtient avec les piles de Faraday, d'un nombre d'éléments beaucoup plus considérable. L'Académie a pu en juger par les expériences qui ont été faites sous ses yeux.

M. Reizet adresse sur cette pile les observations suivantes :

« Pendant le séjour que je fis à Marbourg au mois de septembre dernier, M. Bunsen, professeur de chimie à l'université de cette ville, a bien voulu me faire connaître une nouvelle pile de son invention. Dans cette pile à effet

constant, un cylindre de charbon remplace d'une manière très-ingénieuse les lames de platine de la pile de Grove.

» Grace aux bons conseils de M. Bunsen, on fabrique aujourd'hui à Paris la nouvelle pile de charbon, et je m'estime heureux d'avoir pu contribuer à répandre en France la connaissance d'un appareil si digne de l'intérêt des savants, et si précieux pour l'industrie.

» Les documents suivants sont extraits de la correspondance de M. Bunsen, qui lui-même m'a prié de les communiquer au public.

» Chaque couple de cette pile se compose de quatre pièces solides de forme cylindrique, qui s'emboîtent les unes dans les autres sans frottement. Voici l'ordre dans lequel ces pièces sont disposées, en commençant par la pièce extérieure qui renferme toutes les autres :

» 1°. *Un bocal en verre* plein d'acide nitrique du commerce;

» 2°. *Un cylindre creux de charbon* (1), percé de trous, ouvert aux deux extrémités et qui (la pile étant en action), plonge dans l'acide nitrique jusqu'aux trois quarts de sa hauteur. Sur le collet hors du bocal et qui ne plonge point dans l'acide, s'adapte à frottement un anneau en zinc bien décapé; au bord supérieur de cet anneau est soudée une patte métallique recourbée, destinée à établir le contact avec le pôle contraire.

» 3°. Une *cellule* ou *diaphragme* en terre poreuse, qui s'introduit dans l'intérieur du cylindre de charbon, de manière à laisser un intervalle de 2 millimètres environ. Cette cellule reçoit de l'acide sulfurique étendu (1 partie d'acide du commerce pour 7 à 8 parties d'eau).

» 4°. Un *cylindre* creux en zinc amalgamé, qui plonge dans l'acide sulfurique de la cellule précédente. Le bord supérieur de ce cylindre est surmonté d'une patte (de zinc), propre à établir le contact avec le pôle contraire.

» La réunion de ces pièces constitue un couple de la nouvelle pile : le cylindre de charbon, muni de son anneau et plongeant dans l'acide nitrique du bocal, joue le rôle d'élément électro-positif; le cylindre de zinc amalgamé, plongeant dans l'acide sulfurique de la cellule, joue le rôle d'élément électro-négatif.

» Pour réunir plusieurs couples en batterie, on fait communiquer le cylindre de zinc avec le cylindre de charbon. Cette communication s'effectue

---

(1) On prépare ce charbon en calcinant convenablement, dans un moule de tôle, un mélange intime de coke et de houille grasse finement pulvérisés.

en appliquant l'une contre l'autre les pattes ou lames recourbées qui dépassent le bord supérieur de ces cylindres, et en les maintenant serrées au moyen d'une petite pince de cuivre, munie d'une vis de pression. Il va sans dire que les extrémités ou pôles d'une batterie, sont représentées d'un côté par la queue d'un anneau de zinc embrassant le collet du charbon (pôle électro-positif), et de l'autre par la queue d'un cylindre de zinc amalgamé (pôle électro-négatif).

» Un seul couple suffit pour fondre un fil de fer mince, et peut servir utilement aux expériences de galvanoplastie et de dorure. Avec deux éléments on obtient la décomposition de l'eau. L'Académie a pu juger par elle-même des effets remarquables obtenus à l'aide d'une batterie de 40 couples appliquée à la fusion des métaux, l'incandescence des charbons dans le vide et à la décomposition de l'eau.

» M. Bunsen a comparé l'intensité du courant de la pile de charbon avec la pile de Grove, perfectionnée par M. Poggendorff, en employant deux appareils d'égales dimensions; et il est ainsi parvenu à constater que le maximum des courants de la batterie de Grove, toutes choses étant égales d'ailleurs, est à peine de trois centièmes plus considérable que celui de la pile de charbon; différence qui devient nulle dans les applications pratiques. Il a constaté, en outre, que la pile de charbon a l'avantage d'être d'un effet plus constant. Pour apprécier la constance des courants faibles dans la pile de charbon, il s'est servi d'un fil considérable en mesurant l'intensité du courant d'heure en heure, et il a pu se convaincre qu'il n'y avait pas la moindre diminution pendant la durée de quatre heures.

» M. Bunsen a, de plus, fait des expériences relativement à un mode d'éclairage consistant dans le jet de lumière produit par le courant entre deux pointes de charbon. Il s'est, pour cela, servi d'une batterie de 48 couples; le jet de lumière, en éloignant les pointes de charbon, pouvait être allongé jusqu'à 7 millimètres. M. Bunsen a mesuré l'intensité de cette lumière au moyen d'un appareil photométrique de son invention, et la compare à celle que produiraient 572 bougies stéariques. Le courant employé pour cet effet avait une intensité absolue de 52,32; la dépense pour entretenir cette lumière pendant une heure était pour le zinc, $0^k,300$; pour l'acide sulfurique, $0^k,456$; et pour l'acide nitrique (d'une densité de 1,306), $0^k,608$.

» Bien que ces données approchent de la vérité autant que possible, M. Bunsen n'ose pas en conclure que ce mode d'éclairage en grand puisse être facilement mis en pratique. Cette question importante ne pourra recevoir une solution convenable que par une série d'expériences techniques. »

VOYAGES SCIENTIFIQUES. — *Sur la seconde expédition égyptienne à la recherche des sources du Nil-Blanc.* Lettre de M. D'ARNAUD à M. *Jomard.*

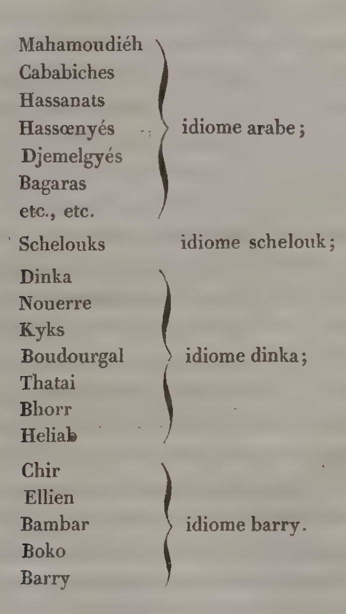
« Le Caire, 12 janvier 1843.

» Je viens de recevoir de S. A. Mohammed-Ali, l'ordre de me rendre à El-Atfet, afin de mettre à exécution le projet d'écluses de M. Mongel à la prise d'eau du canal de Mahamoudièh, destinées à rendre libre la navigation du Nil à Alexandrie. J'ai accueilli avec plaisir ce travail, d'une grande utilité pour le commerce d'Egypte; nonobstant, S. A. m'a laissé pressentir qu'après que ce travail sera terminé, je prendrai derechef le commandement d'une nouvelle expédition pour aller encore à la découverte des sources du Nil-Blanc : elle veut absolument en avoir le dernier mot. Je vais mettre à profit les quelques instants que j'aurai de libres, pour continuer la relation de notre voyage de découvertes sur le cours du Bahr-el-Abiad, qui résumera les notes de tous les membres de l'expédition, accompagnées de cartes fondées sur nos observations astronomiques, de planches, etc., etc. Voici, en attendant, quelques mots sur ces peuplades intéressantes, accompagnés d'une petite carte résumant nos découvertes, et la traduction en lignes pointées des renseignements que nous ont transmis les naturels sur les sources de ce fleuve .

» Le Bahr-el-Abiad, depuis sa jonction avec le Bahr-el-Azrak, la pointe de l'île du Sennar, par 15° 33′ de latitude nord et 29° 51′ de longitude est, jusqu'au 4° 42′ 42″ de latitude nord et 29° 18′ de longitude est, que nous avons visitée, présente un développement de 518 lieues de 25 au degré. Entre les deux limites on compte environ deux cents îles, en partie submergées pendant l'inondation périodique, dont trois d'entre elles ont environ 30 milles de longueur chacune. Par 9° 11′ de latitude nord et 28° 14′ de longitude, se trouve l'embouchure de la rivière de Soubat, qui a encore deux dérivés assez considérables plus au nord; il vient de l'est, et porte au Nil-Blanc près de la moitié des eaux que fournit le fleuve. Jusqu'ici nous avons marché dans une direction générale sud-sud-ouest; à partir de ce point, on fait voile vers l'ouest quelques minutes nord, et l'on arrive dans un grand lac très-poissonneux, situé par 9° 17′ de latitude nord et 26° 47′ de longitude est, et renfermant des îles; la surface augmente considérablement au maximum de la crue périodique du fleuve, et dans le grand lac, une autre rivière, venant de l'ouest, vient verser ses troubles. Ne serait-ce pas le Keilak ou Misselad de Browne? Cette rivière, le Soubat et ses dérivés, sont les seuls affluents

découverts jusqu'ici, qui joignent leurs eaux à celles venant du sud ou du vrai Nil. Enfin, à partir de ce point, le lit du fleuve devient très-sinueux (Kourdah de Selim capitan) (1), et il prend une direction générale sud-est jusqu'au terme de notre voyage.

» La division naturelle des deux peuples qui habitent les rives du fleuve Blanc, et d'après leurs idiomes, nous offre quatre groupes bien distincts : les *Arabes nomades*, les *Schelouks*, les *Dinkas* et les *Barry*, dont trois d'entre eux se subdivisent encore en tribus qui ont leurs intérêts à part, ainsi qu'il suit :



Mahamoudiéh Cababiches Hassanats Hassœnyés Djemelgyés Bagaras etc., etc.	idiome arabe ;
Schelouks	idiome schelouk ;
Dinka Nouerre Kyks Boudourgal Thatai Bhorr Heliab	idiome dinka ;
Chir Ellien Bambar Boko Barry	idiome barry.

» Les tribus comprises dans la première division du tableau ci-dessus, habitant les deux rives du fleuve, sont des pasteurs nomades ayant des troupeaux de chameaux, bœufs, moutons, etc.; ils ont aussi quelques mauvais chevaux qu'ils tirent du Cordofan. Ils ensemencent un peu de dourah dans l'intérieur, à la faveur des pluies tropicales, et ce grain, avec le lait de leurs troupeaux, sert à leur nourriture. Ils changent leurs parcs suivant la saison,

---

(1) Voir *Premier voyage à la recherche des sources du Bahr-el-Abiad, ou Nil-Blanc*, ordonné par Mohammed-Ali, sous le commandement de Selim Binbachi ; Paris, in-8°; 1841.

et s'évitent ainsi des contrariétés qu'ils seraient à même d'éprouver sans cette précaution. D'après cela, comme on le devine, leurs demeures ne peuvent être que des tentes, et leur commerce un échange de bestiaux et d'esclaves contre quelques toiles grossières de coton, servant à faire des chemises à larges manches, leur unique vêtement. Leurs usages domestiques offrent des particularités fort curieuses.

» Les *Schelouks,* ce peuple nombreux et plein d'astuce, habite la rive gauche, sur un développement de 100 milles environ. Sa population peut être évaluée, sans crainte d'exagération, à un million ! Ils sont pasteurs aussi. Quoique favorisés d'un beau territoire, ils ensemencent très-peu de grains de dourah, préférant vivre des graines des plantes qui croissent naturellement dans des terrains marécageux qui les avoisinent, de la pêche, leur plus grande occupation, enfin de rapines exercées sur les tribus des environs. Ils descendent, à cet effet, le fleuve avec leurs pirogues (qu'ils manient avec beaucoup d'habileté), jusque sous le 14e degré de latitude, naguère jusqu'à la pointe de l'île de Sennar. Les grandes îles boisées qui se trouvent dans ces parages leur servent de repaires. La réputation d'être cruels et de mauvaise foi a empêché jusqu'ici toute relation suivie avec eux. Ils ne connaissent encore le *luxe d'aucun vêtement.* Ce peuple reconnaît comme son souverain un *mek,* nommé actuellement Niedak, qui jouit d'une grande autorité. L'objet de leur vénération est *Niécama,* qui se présente à eux sous la forme d'un arbre. Ils habitent de jolis villages, chacun de trois à quatre cents *toukouls* (espèce d'habitation de forme cylindrique, en terre, recouverte en paille), très-peu espacés les uns des autres, et étalés le long de la rivière, sur une, deux et même trois rangées.

» Les *Dinka,* et les diverses autres tribus qui parlent à peu près le même langage, sont essentiellement pasteurs de troupeaux de bœufs, moutons et chèvres seulement. Ils ne s'approchent des rives du fleuve que lorsque l'ardeur du soleil a desséché toute l'herbe de l'intérieur. Ils sèment très-peu de dourah, et vivent, ainsi que les Schelouks, de graines qu'ils récoltent en faisant paître leurs troupeaux, au milieu des troupes d'éléphants et dans les marécages où vivent ces derniers. Une partie se livre aussi à la pêche fluviale et à la pêche des marais. L'influence des lieux qu'ils habitent se fait sentir sur leur corps : ils ont un aspect maladif; leur nudité est laide à faire peur. La plupart de ces tribus sont néanmoins guerrières. Les bœufs ont de très-grandes cornes, et rappellent le bœuf Apis des anciens Égyptiens. Chaque troupeau en a un qui est fêté et honoré de tous les habitants de la contrée.

» Ils habitent aussi des cabanes en terre et paille, de diverses formes,

éparses en général; mais la majeure partie des habitants vivent au milieu de leurs troupeaux, dans les parcs; ils y dorment tous pêle-mêle, dans les cendres chaudes provenant de la combustion du fumier de leurs bestiaux, ce qui a, entre autres buts, celui de produire de la fumée pour les garantir des moustiques, excessivement nombreux et inquiétants. Ils nous ont apporté, à notre passage, des bœufs à satiété et des défenses d'éléphants, en échange contre des verroteries. Ils le font surtout depuis qu'ils savent que nous désirons tant ces défenses, qui n'étaient employées auparavant qu'à faire des bracelets et des piquets où ils attachaient leurs animaux.

» Les dernières tribus désignées par l'idiome *Barry*, sont, comme les autres riverains, pasteurs; ils s'occupent de la pêche, ils sont agriculteurs et guerriers; aussi remarque-t-on avec plaisir, en entrant dans leur pays, de belles moissons pendantes sur tous les terrains qui les environnent et qu'entrecoupent en tous sens des canaux naturels. Les bienfaits de l'agriculture et le petit trafic qu'ils font avec leurs voisins de l'est leur procurent une vie plus douce et cette fierté libre qu'accompagne si bien leur haute et belle stature (7 pieds) (1). Ils exploitent au pied de toutes leurs montagnes un très-bon minerai de fer, très-abondant; avec ce fer, ils fabriquent des instruments agricoles, des lances, des flèches pour leur usage et pour échanges. Ils se servent de flèches empoisonnées; ils habitent encore des villages formés de toukouls, établis sur les rives, dans l'intérieur des terres et sur les montagnes. Excepté leur grand chef *Lacono*, qui était vêtu d'une chemise en toile bleue de coton et d'un *milaïéh*, les jours d'audience, tous les autres sont nus, le corps oint d'une pommade rouge à l'oxyde de fer. Le sexe, plus décent ici qu'ailleurs, porte à la chute des reins une ceinture à filets en coton, parfaitement travaillée et d'un joli effet. Comme on le voit, l'intérêt allait croissant; mais, à peine étions-nous entrés dans la vallée formée de grandes chaînes de montagnes que le lit du fleuve devint tout à coup hérissé de rochers et d'îlots syénitiques qui nous empêchèrent (vu les basses eaux de la saison) d'aller plus en avant. Un séjour dans ce pays, afin d'attendre la saison convenable, et de continuer à la faveur des hautes eaux, devenait indispensable; mais n'étant pas organisés à cet effet, et ayant des ordres contraires nous nous en retournâmes.

» Dans les hautes eaux, le fleuve devient encore navigable au moins une trentaine de lieues, c'est-à-dire là où se réunissent différentes branches, dont la plus considérable vient de l'est et passe au bas d'un grand pays nommé

---

(1) On n'a pas cru devoir supprimer cette indication, quoique non écrite en toutes lettres.

Berry, à 15 journées plus à l'est de la montagne Bellenia. C'est du marché de Berry que viennent des hommes rouges, et qu'ont été apportés les vêtements du roi des Berry; je présume que ce sont des Sydamiens qui ont reçu ces vêtements par les caravanes *d'Enaréa* ou de *Fadassi*, et qui les ont apportés jusqu'au marché. Ce qui précède prouve, d'une manière assez évidente, que l'hypothèse généralement adoptée, que les sources du fleuve viennent de l'ouest, est mal fondée. Je termine ici, malgré le projet que j'avais formé en commençant d'en dire davantage sur ce fleuve, qui doit devenir encore la route de nombreuses découvertes. »

ASTRONOMIE. — M. **Eugène Bouvard** a présenté les 405 positions d'Uranus sur lesquelles doivent se fonder les tables de cette planète qu'il calcule en ce moment. Quand ces tables seront soumises au jugement de l'Académie, M. le Président nommera des Commissaires.

CHIMIE OPTIQUE. — *Extrait d'une Lettre* de M. **Martius** à M. Arago.

« M. Steinheil vient de nous communiquer pour l'analyse quantitative, une nouvelle méthode qui s'appliquera avec succès dans bien des cas. On parvient à déterminer dans une solution de plusieurs substances la quantité de chacune d'elles, sans les décomposer, en soumettant la solution à l'observation d'autant de qualités physiques différentes, qu'on a de substances dissoutes. D'après les observations, on trouve les valeurs correspondantes dans une table donnée par l'auteur. Comme exemple d'application de sa méthode, M. Steinheil donne l'analyse de la bière par l'observation de la pesanteur spécifique avec l'aréomètre, et de la réfraction mesurée avec un instrument, qu'il nomme *gehaltmesser*, ou leptysmomètre. Moyennant ces instruments, on obtient le contenu de la solution en très-peu de temps, avec la même exactitude que par l'analyse chimique. Chez nous, où la bière est une partie principale de la nourriture du peuple, ce problème semble d'une assez grande utilité; mais la méthode me paraît susceptible de beaucoup d'autres applications plus importantes pour la science. Vous trouverez tout cela exposé dans les deux Mémoires que j'ai l'honneur de vous transmettre au nom de M. Steinheil, pour votre illustre Académie. » (Voir au *Bulletin bibliographique*.)

CHIMIE. — *Recherches sur une série de composés dont les oxydes de chrome, d'aluminium, de fer et d'antimoine forment un des éléments.* Extrait d'une Lettre de M. GAULTIER DE CLAUBRY à M. *Dumas*, à l'occasion d'une communication récente de M. Malaguti (1).

« Les oxydes de la formule générale M^2O^3 forment, avec la presque totalité des acides, des composés dont la série peut être envisagée de deux manières:

» Ou comme des *aluns* que je suis parvenu à obtenir avec la plus grande partie des acides organiques ou anorganiques;

» Ou comme des *sels* dans lesquels M^2O^3 *formerait un acide complexe*, ce qui reviendrait à peu près aux idées émises dès longtemps par Wallquist.

» L'isomorphie des oxydes M^2O^3 se retrouve dans la presque totalité des sels que j'ai obtenus, ou de ceux qui, antérieurement observés, peuvent presque tous être ramenés à ce type, en distinguant bien les uns des autres des composés à divers degrés de baséité que plusieurs chimistes ont obtenus en mélange.

» En admettant cette manière de voir, j'ai obtenu, avec les acides anorganiques ou organiques, beaucoup de sels qui manquaient dans les séries déjà connues, comme les tartrates de potasse, de chrome ou d'alumine, par exemple, ou les aluns d'acides borique, acétique, citrique, etc., bases de chrome, d'antimoine, de fer ou d'alumine.

» Jusqu'ici je n'ai pu séparer à l'état de pureté les acides dont l'un des éléments serait le chrome, le fer, l'aluminium et l'antimoine; leur obtention rendrait certaine l'une des deux manières d'expliquer la formation des sels dont il est question. »

M. DELARUE envoie la suite des *observations météorologiques* qu'il fait à Dijon.

M. SCHUSTER répond à une réclamation de priorité soulevée par M. *Leroy-d'Étiolles*, à l'occasion d'une communication faite par lui (M. Schuster) sur diverses applications de l'*électro-puncture*.

---

(1) En présentant la Lettre de M. Gaultier de Claubry, M. Dumas déclare que M. Malaguti lui a communiqué les résultats principaux de son travail dès le mois d'août de l'année dernière.

« Je n'ai jamais prétendu, dit l'auteur de la Lettre, à la priorité de l'application du moyen en question au traitement des névralgies, de l'asphyxie, des hernies engouées, etc., j'ai seulement donné peut-être un peu plus d'extension au procédé ingénieux de M. Magendie. Mais j'ai commencé en 1837 et 1838 à étendre l'électro-puncture au traitement des affections organiques, notamment à l'hydrocèle, à l'hydrothorax, à l'ascite, aux hydrarthroses, aux engorgements et indurations ganglionnaires, aux abcès profonds, etc.; j'ai produit en 1839 et 1840 les premiers cas de guérison obtenus par ce moyen, et j'ai soumis depuis à l'action de cette même méthode l'hydropisie ovarique, le goître, les kystes, certaines indurations du foie et de la rate, le cancer encéphaloïde, les tumeurs vasculaires, surtout les varices et une tumeur érectile. »

MÉTÉOROLOGIE. — *Quelques résultats extraits des observations météorologiques faites à Cherbourg en* 1842, *par* M. le capitaine de vaisseau **Lamarche**.

Température moyenne de l'année 1842.

9 heures du matin	+ 11°,6 centig.
Midi	+ 12°,5
3 heures du soir	+ 13°,2
9 heures du soir	+ 10°,4
Demi-somme des températures moyennes de 9 heures du matin à 9 heures du soir (heures homonymes)	+ 11°,0
Demi-somme des températures maxima et minima journaliers	+ 10°,9

Période barométrique.

De 9 heures du matin à 3 heures du soir	0mm,3
De 3 heures du soir à 9 heures du soir	0 ,3
Quantité de pluie en 1842	1m,039
Nombre de jours de pluie	189
Nombre de jours entièrement couverts	142
Nombre de jours entièrement clairs	16
Nombre de jours de gelée	12
Nombre de jours de tonnerre	10

M. **Kensington** propose d'utiliser les parties les plus infertiles des landes de Bordeaux, en y faisant de grandes plantations d'*Helianthus tuberosus*, végétal qu'il a vu réussir très-bien dans un sol sablonneux qu'on n'avait vu longtemps couvert que de l'*Agrostis littoralis*.

M. **Muston**, dans une Note où il examine le préjugé si accrédité relativement à l'influence qu'exerceraient les phases de la lune sur les phénomènes de la végétation, mentionne un fait qu'il n'a pas observé directement, mais qui lui a été attesté par différents habitants de la campagne, savoir : qu'une abeille qui sort de la ruche ne se pose, depuis le commencement jusqu'à la fin de son excursion, que sur des fleurs appartenant à une même espèce ou à des espèces très-voisines.

M. **Coulvier-Gravier** adresse une nouvelle série des observations qu'il fait sur la direction générale des *étoiles filantes*, et sur les changements de temps qui seraient, suivant lui, annoncés par les changements de direction de ces astéroïdes.

M. **de Romanet** demande l'autorisation de reprendre un Mémoire qu'il avait adressé et sur lequel il n'a point encore été fait de Rapport. M. de Romanet remarque, à l'occasion de ce Mémoire, qu'il n'ignorait pas, comme on l'a supposé, l'existence de *fromageries communes* dans certains cantons montagneux de la France; ce qu'il a voulu démontrer par l'exemple de la Suisse, c'est que de pareils établissements peuvent être formés avec avantage dans des pays de plaine et donner des produits qui ne le cèdent pas pour la qualité à ceux des hauts pays.

M. de Romanet est autorisé à reprendre son Mémoire.

M. **Walsh** adresse une nouvelle Note sur la *quadrature* des courbes.

M. **Durand** demande que la Commission qui a été chargée de l'examen d'un Mémoire récemment présenté par lui, soit augmentée par l'adjonction de plusieurs membres qu'il désigne.

Cette demande étant tout à fait insolite, il n'y est pas donné de suite.

L'Académie accepte le dépôt de trois *paquets cachetés*, présentés par MM. **Bazin** et **Larroque**, par M. **Bonnafond** et par M. **Filhol**.

A 4 heures et demie, l'Académie se forme en comité secret.

COMITÉ SECRET.

M. Libri, au nom de la Section de Géométrie, présente la liste suivante de candidats pour la place devenue vacante dans cette Section par suite du décès de M. *Puissant* :

1°. MM. Binet et Lamé, *ex æquo ;*
2°. M. Chasles ;
3°. M. Blanchet.

Les titres de ces candidats sont discutés ; l'élection aura lieu dans la séance prochaine. MM. les membres en seront prévenus par lettres à domicile.

La séance est levée à 6 heures et demie. A.

ERRATA. (Séance du 6 février 1843.)

Page 317, ligne 13, *au lieu de* $\frac{\text{P}}{f}$, *lisez* $\frac{\text{P}}{\text{P}-f}$.

Idem, ligne 15, *au lieu de* $0^{\text{vol}},71 \times \frac{0^{\text{m}},7600}{0^{\text{m}},2291} = 2^{\text{vol}},355$,

lisez $0^{\text{vol}},71 \times \frac{0^{\text{m}},7600}{0^{\text{m}},5309} = 1^{\text{vol}},016$.

(Séance du 13 février.)

Page 370, ligne 18, ajoutez le nom de M. *Thenard* parmi ceux des Commissaires.

Page 390, ligne 18, *après* nous a permis de reconnaître, *ajoutez* en même temps que M. Boullay père, occupé depuis longtemps de l'étude des savons ammoniacaux, et qui est arrivé aux mêmes résultats de son côté,.....

(Séance du 20 février.)

Page 454, aux Mémoires présentés, ajoutez l'article suivant, qui avait été omis par oubli :

M. Dupin soumet au jugement de l'Académie une collection de figures en carton destinées à faciliter l'étude de la géométrie et de la cristallographie.

(Commissaires, MM. Beudant, Dufrénoy.)

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

L'Académie a reçu, dans cette séance, les ouvrages dont voici les titres :

Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie royale des Sciences; 1er semestre 1843; n° 8; in-4°.

Annales des Mines; 4e série; tome II; 4e livr. de 1842; in-8°.

Journal d'Agriculture pratique; février 1843; in-8°.

Ministère de la Guerre. — Tableau de la situation des établissements français dans l'Algérie en 1841; grand in-4°.

Voyages de la Commission scientifique du Nord en Scandinavie, en Laponie, au Spitzberg et aux Feroë, sous la direction de M. GAIMARD; 4e livr.; in-folio.

Recherches sur la Distinction des racines réelles et imaginaires dans les équations numériques, précédées d'une nouvelle Démonstration du théorème de M. STURM; *par* M. LOBATTO; Paris, 1842; in-4°.

Recueil de la Société Polytechnique; tome XIX; janvier 1843; in-8°.

Annales de la Société royale d'Horticulture de Paris; janvier 1843; in-8°.

Bulletin général de Thérapeutique médicale et chirurgicale; 3e et 4e livr.; 1843; in-8°.

Manuel pratique du Magnétisme animal; par M. TESTE; 2e édition; in-12.

Catalogue de la Faune de l'Aube; par M. J. RAY; in-12.

Paléontologie française; par MM. D'ORBIGNY *et* DELARUE; livr. 53 à 56; in-8°.

Paléontologie française (Terrains jurassiques); par les mêmes; livr. 8 et 9; in-8°.

Journal des Connaissances utiles; février 1843; in-8°.

Travaux de M. le docteur FOURNIER (de Lempdes); in-4°.

A M. le Président de l'Académie des Sciences; Lettre de M. AMUSSAT; ½ feuille in-4°.

Dent, on the..... *Sur les erreurs du Thermomètre chronométrique; par* M. DENT; ½ feuille in-8°.

Beschreibung... *Description du Pyroscope pour veiller aux incendies, construit sur la tour de Saint-Pierre, à Munich; par* M. le docteur STEINHEIL; Munich, in-4°.

Quantitative... *Analyse quantitative au moyen d'observations physiques; par* le même; Munich, 1843; in-4°.

Gelehrte... *Annonces scientifiques, publiées par les Membres de l'Académie royale des Sciences de Bavière*; XVe volume, second semestre de 1842; in-4°.

Pensieri... *Pensées sur un Télégraphe économique de jour et de nuit; par* M. L. Cocciola; Naples, 1842; in-8°.

Prolegomeni... *Prolégomènes de philosophie hydraulique; par* M. L. Corsi; Montepulciano, 1841; in-8°.

Gazette médicale de Paris; t. II, n° 8.

Gazette des Hôpitaux; t. V, n°s 22 à 24.

L'Écho du Monde savant; n° 15; in-4°.

L'Expérience; n° 295.